COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 17 DÉCEMBRE 1883.

PRÉSIDENCE DE M. É. BLANCHARD.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

HISTOIRE NATURELLE GÉNÉRALE. — *Rapport préliminaire sur l'expédition du* Talisman *dans l'océan Atlantique;* par M. **Alph. Milne-Edwards**.

« Dans la séance publique des cinq Académies du 25 octobre 1882, j'ai eu l'honneur de rendre compte des explorations du *Travailleur*, et j'annonçais que cette année une nouvelle campagne scientifique aurait lieu dans l'Atlantique. En effet, le Ministre de la Marine, répondant au désir exprimé par son collègue de l'Instruction publique et par l'Académie, avait donné les ordres nécessaires pour qu'un éclaireur d'escadre, le *Talisman*, fût armé dans ce but.

» Le *Talisman* est un excellent navire à hélice, pourvu d'une voilure puissante qui suffit, sans le concours de sa machine, à lui donner une marche rapide. Pendant plusieurs mois, dans les chantiers de l'arsenal de Rochefort, il fut placé entre les mains des ingénieurs de la Marine, qui se chargèrent de l'adapter au service qu'il devait remplir. Les anciennes cordes de chanvre destinées à relever les dragues furent remplacées par

un câble d'acier d'une solidité et d'une flexibilité extrêmes, pouvant supporter sans se rompre un poids de près de 4500^{kg} et offert à la Marine par le Ministère de l'Instruction publique ([1]). Deux machines à vapeur en assuraient le fonctionnement : l'une mettait en mouvement l'énorme bobine sur laquelle il était enroulé; l'autre, plus forte, remontait les engins de pêche. De grands filets ou chaluts, de 2^{m} ou 3^{m} d'ouverture, remplaçaient avantageusement les lourdes dragues que nous employions autrefois. Les sondages se faisaient à l'aide d'un appareil perfectionné par M. Thibaudier, ingénieur de la Marine, et disposé de façon que les mouvements du navire n'eussent aucune influence sur la tension du fil d'acier; un frein automatique arrêtait le déroulement aussitôt que le sondeur avait touché le fond. Pour mesurer les températures des couches profondes, j'avais fait construire un appareil permettant à un thermomètre à colonne mercurielle brisée de se retourner à un moment donné. Le même mouvement déterminait la rupture de l'extrémité capillaire de tubes de verre où le vide avait été fait et où l'eau de la mer se précipitait alors, fournissant des échantillons d'une pureté parfaite que l'on pouvait conserver indéfiniment, après avoir soudé les tubes à la lampe.

» Notre Confrère, M. le colonel Perrier, avait bien voulu me prêter une machine Gramme qui envoyait l'électricité à des lampes Edison, placées de façon à éclairer nos appareils ou au besoin à descendre dans la mer à une profondeur qui n'a pas excédé 35^{m}. Sur ma demande, le commandement du navire avait été confié à M. Parfait, capitaine de frégate, qui, l'année précédente, occupait le même poste à bord du *Travailleur* ([2]). Qu'il me soit permis d'exprimer ici aux officiers du *Talisman* toute la reconnaissance que nous a inspirée leur dévouement. Ils se sont associés à notre œuvre avec une ardeur qui ne s'est jamais démentie, et si nous avons réussi complètement dans notre mission, c'est à eux que nous le devons.

» Le 30 mai, la Commission scientifique se réunissait à Rochefort ([3]), et, le 1er juin, le *Talisman* quittait le port.

([1]) Le poids du mètre était de 344^{gr} et le prix d'environ 0^{fr},62.

([2]) L'état-major se composait de M. Antoine et de M. Jacquet, lieutenants de vaisseau, de MM. Gibory et Bourget, enseignes, de M. Vincent, médecin de 1re classe, de M. Huas, médecin auxiliaire, et de M. de Plas, officier d'administration.

([3]) La Commission se composait de M. A. Milne-Edwards, de l'Institut, président; de MM. de Folin, Vaillant, Perrier, Marion, Filhol et Fischer, auxquels avaient été adjoints, à titre auxiliaire, MM. Ch. Brongniart et Poirault. (Retenu au dernier moment par ses fonctions universitaires, M. Marion ne put s'embarquer.)

» La campagne de 1883 peut se subdiviser en plusieurs étapes distinctes; nous avions d'abord pour but d'étudier la côte d'Afrique jusqu'au Sénégal, puis d'explorer les abords des îles du cap Vert, des Canaries et des Açores, terres volcaniques qui ne pouvaient manquer de nous fournir des faits intéressants. Enfin nous comptions porter notre attention sur la mer des Sargasses, au point de vue de sa faune et de la nature de son lit.

» Les fonds qui s'étendent à l'ouest du Maroc et du Sahara sont d'une très grande régularité : on n'y trouve plus ce relief tourmenté qui, sur les côtes d'Espagne, avait rendu nos opérations difficiles. Au contraire, la pente est douce et, en s'éloignant plus ou moins de la terre, on peut rencontrer, presque à coup sûr, la profondeur que l'on recherche. Nous avons donné dans ces parages environ 120 coups de drague et, au bout de quelques jours, nous connaissions assez bien la distribution bathymétrique des animaux de cette région pour pouvoir indiquer, d'après le contenu de nos filets, quel avait été le niveau exploré.

» A 500^{m} ou 600^{m} vivent de nombreux Poissons, tels que des *Macrurus*, des *Malacocephalus*, des *Hoplostethus*, des *Pleuronectes*, ainsi que des Crevettes du genre *Pandale* et d'espèce nouvelle, à rostre pointu comme une épée, des *Pénées*, des *Pasiphaés*, quelques petits Crabes (*Oxyrhynques*, *Portuniens*, *Ebaliens*), des *Holothuries* roses, quelques rares exemplaires de *Calveria*, cet Oursin mou, découvert dans nos mers par les naturalistes du *Porc-Épic* et connu auparavant à l'état fossile, beaucoup d'Éponges de grande taille, telles que des *Askonema* et des *Farrea*.

» Plus profondément, vers 1000^{m} ou 1500^{m}, les poissons abondent (1); souvent ils constituaient la grosse part de notre butin. Leurs couleurs sont en général ternes, leur chair est gélatineuse, leur peau est enduite d'une épaisse couche de mucosités; plusieurs portent des plaques phosphorescentes destinées à les éclairer dans les ténèbres où ils vivent.

» Les Pandales ont fait place au nouveau genre *Heterocarpus*, à des Pénéens dont les deux dernières paires de pattes sont longues et articulées comme des antennes, et à d'énormes Crevettes d'un rouge de sang et à antennes démesurément longues, qui n'étaient pas connues et doivent prendre place dans le genre Aristé. Les Néphropsis se montrent à ce niveau; ce sont des Crustacés aveugles de couleur corail; leur distribution

---

(1) Ce sont encore des *Macrurus*, auxquels viennent s'ajouter les genres suivants : *Bathynectes*, *Coryphenoïdes*, *Malacocephalus*, *Bathygadus*, *Argyropelecus*, *Chauliodus*, *Bathypterois*, *Stomias*, *Malacosteus*, *Alepocephalus*.

géographique semble très étendue, car ils ont été trouvés de l'autre côté de l'Atlantique, dans la mer des Antilles, et une espèce très voisine a été pêchée à une grande profondeur au voisinage des îles Andaman. Les *Polycheles* aveugles, qui remplacent dans la nature actuelle les Eryons jurassiques, se cachent dans la vase, ne laissant passer que leurs longues pinces crochues, destinées à saisir leur proie au passage. Quelques Crabes existent encore : ce sont des Maiens (*Scyramathia, Lispognathus*), des Homoliens d'espèce nouvelle et des Lithodes que l'on croyait propres aux mers australes et boréales; on remarque de nombreuses espèces du groupe des Galathées, dont plusieurs ont les yeux transformés en épines. Les Éponges sont extrêmement communes; la plupart ont un squelette siliceux. Nous avons pêché à profusion des *Rosella* et des *Holtenia* de plusieurs espèces dont les cheveux, en cristal de roche blanc comme la neige, sont enfouis dans la vase, tandis que l'Éponge émerge seule, des Aphrocallistes dont la charpente solide affecte les formes les plus élégantes. Les Calvéries deviennent plus nombreuses, des Holothuries (*Lætmogone* et autres) rampent sur le sol au milieu d'Astéries, d'Ophiures, de Brisingas. Nos filets revenaient souvent chargés de telles richesses, que la journée ne suffisait pas à les classer.

» Par le travers du cap Ghir et du cap Noun, à 120 milles environ de la côte, le *Talisman* a exploré pendant plusieurs jours un banc très régulier dont la profondeur est d'environ 2000^{m} à 2300^{m}. C'était sur ce même fond que, le 2 août 1882, le *Travailleur* capturait le singulier poisson décrit par M. Vaillant sous le nom d'*Eurypharynx pelecanoides* et dont deux exemplaires ont été pris cette année. Nos pêches furent encore une fois précieuses. De superbes Éponges, voisines de celles qui ont été décrites sous le nom d'*Euplectella suberea*, s'y trouvaient mêlées à de grandes Holothuries violettes du genre *Benthodytes* et à d'autres espèces du même genre, remarquables par leurs appendices dorsaux. Une Calvérie distincte de celles des moindres profondeurs, des Brisinga, des Polypiers d'une beauté rare (*Flabellum, Stephanotrochus*), un *Democrinus* et un *Bathycrinus* non décrits, de très nombreux Crustacés, presque tous nouveaux pour nous et appartenant au groupe des Galathées (*Galathodes, Galcantha, Elasmonotus*), complétaient la faune des Invertébrés. Les poissons étaient très variés et leur étude fournira des faits nouveaux et du plus grand intérêt. Parmi les plus remarquables, je citerai le *Melanocetus Johnsoni*, des *Bathytrochtes*, un *Stomias* à plaques phosphorescentes et plusieurs Malacostés.

» Entre le Sénégal et les îles du cap Vert, nos filets atteignaient des

fonds de 3200^{m} et 3655^{m} et ramenaient la plupart des espèces précédentes, ainsi que beaucoup d'autres (Crustacés, Mollusques, Zoophytes, Éponges) qui n'avaient été rencontrées nulle part ailleurs.

» Ces derniers coups de drague terminaient la première partie de notre campagne et, le 20 juillet, après cinquante et un jours de navigation, nous jetions l'ancre dans la baie de la Praia à Santiago, des îles du cap Vert.

» Ces îles volcaniques nous arrêtèrent quelques jours et, pendant que des excursions zoologiques, botaniques et géologiques se faisaient à terre, le *Talisman* fouillait les fonds irréguliers des côtes pour y rechercher les animaux marins et en particulier le corail rouge, qui est, depuis quelques années, dans ces parages, l'objet d'un commerce assez actif. Je n'insisterai pas sur ces recherches littorales, pas plus que sur l'exploration de l'îlot Branco, où nous avons étudié sur place les grands Lézards (*Macroscincus Coctei*) qui semblent confinés sur ce rocher isolé. Tous ces détails trouvent leur place dans le Rapport que j'ai adressé au Ministre et dont la publication aura lieu prochainement.

» Dans les profondeurs de ces mers du cap Vert, la vie a une puissance étonnante. Nos filets remontaient remplis jusqu'au bord; d'un seul coup, nous avons pris à la fois plus de 1000 Poissons, appartenant pour la plupart au genre *Melanocephalus*, plus de 1000 Pandales, 500 Crevettes d'espèce nouvelle, à pattes démesurément longues (*Nematocarcinus*), ainsi que bien d'autres espèces.

» Le 30 juillet, le *Talisman* fit route au nord-ouest et se dirigea vers la mer des Sargasses. Je ne m'étendrai pas sur cette partie de notre traversée; il me suffira de dire que nulle part nous n'avons rencontré de ces prairies flottantes dont parlent les anciens navigateurs. Les Sargasses se montraient par paquets isolés, flottant, suivant des lignes orientées, dans la direction des vents ou des courants et abritant toute une population pélagique dont les couleurs s'harmonisent admirablement avec celles des algues qui leur servent de refuge; les naturalistes du bord en firent une étude attentive.

» Les sondages du *Talisman* dans cette partie de l'Atlantique montrent d'une manière générale qu'à partir des îles du cap Vert le fond se creuse régulièrement jusque vers le 25e parallèle, où il atteint 6267^{m}, puis il se relève graduellement vers les Açores et, sous le 35e parallèle, il n'est plus que d'environ 3000^{m}. Ces résultats sont loin d'être en accord avec les courbes indiquées sur les Cartes bathymétriques les plus récentes. Le lit de la mer des Sargasses semble formé d'une couche épaisse d'un limon très fin de na-

ture ponceuse, recouvrant des fragments de ponces et de pierres volcaniques.

» Il semble qu'il y ait là, à plus d'une lieue au-dessous de la surface des eaux, une immense chaîne volcanique parallèle à la côte d'Afrique et dont les îles du cap Vert, les Canaries, Madère et les Açores seraient les seuls points émergés.

» La faune sous-marine est pauvre; elle se compose de rares Poissons, de quelques Crustacés tels que des Pagures logés dans des colonies d'Epizoanthes, de Crevettes du genre *Nematocarcinus*, de Pasiphaés et de rares Mollusques (*Fusus*, *Pleurotoma* et *Leda*) qui suffisaient à peine à nous dédommager du temps que nous prenaient ces dragages si profonds. Ce n'est que vers la limite nord de la mer des Sargasses, quand les fonds se sont relevés à 3000^m, 2500^m et 1500^m, que nos pêches sont redevenues abondantes; c'est là que nous avons pris le géant de la famille des Schizopodes, une *Gnathophausia* d'un rouge de sang, mesurant près de 0^m,25 de longueur. Une courte relâche du *Talisman* à Fayal et ensuite à Saint-Michel des Açores nous permit de comparer les phénomènes volcaniques encore en activité avec ceux que nous venions d'étudier au sommet du pic de Ténériffe.

» L'analogie des roches, des produits gazeux, des dépôts de soufre est frappante, et, d'après ce qui se passe à la surface du sol, on peut se faire une idée des convulsions sous-marines qui ont couvert le lit de la mer des Sargasses de ponces et de roches ignées.

» Notre traversée des Açores en France s'effectua dans d'excellentes conditions, et chaque jour on fit un dragage par 4000^m ou 5000^m de profondeur. Ces opérations difficiles, très habilement conduites par M. le commandant Parfait, nous ramenaient des récoltes d'une extrême importance.

» Sous cette pression écrasante, dans un milieu obscur et sans trace de végétation, les animaux sont nombreux et d'une organisation très parfaite. De grands poissons du genre *Macrurus*, ainsi que des *Scopelus* et des *Melanocetus*, semblent n'y pas être rares. Des Pagures et des Galathéens de forme nouvelle, un Nymphon gigantesque du genre *Colossendeis*, des Éthuses inconnues, des Amphipodes et des Cirrhipèdes représentent les Crustacés. Mais cette faune abyssale doit surtout sa physionomie au nombre, à la variété et à la taille des Holothuries qui y vivent.

» Le fond de la mer est tapissé, dans toute cette région, d'une vase épaisse et blanche, presque uniquement formée de globigérines et recou-

vrant des ponces et des fragments de roches de différentes natures dont quelques-uns portaient des empreintes de fossiles et, entre autres, de Trilobites; mais ce qui nous surprit davantage, ce fut de trouver, à une distance de plus de 700 milles des côtes de l'Europe, des cailloux polis et striés par les glaces. La netteté des stries ne permet pas d'admettre un transport par les courants; la présence de ces cailloux est probablement due à l'action des glaces flottantes qui, à l'époque quaternaire, s'avançaient plus loin vers le Sud que de nos jours et qui, en venant fondre dans cette partie de l'Atlantique comprise entre les Açores et la France, laissaient tomber sur le fond les pierres arrachées au lit des glaciers qu'elles avaient charriées jusque-là.

» Le 30 août nous traînions pour la dernière fois nos filets sur la pente rapide qui réunit les abîmes de l'Océan aux fonds du golfe de Gascogne, et nos captures ajoutaient à la faune des mers françaises un grand nombre d'espèces nouvelles ou intéressantes. Il était temps de rentrer à Rochefort : nos barils, nos bocaux étaient pleins, notre alcool était épuisé. Cette campagne nous a fourni des matériaux d'étude incomparables : il s'agit maintenant de les mettre en œuvre. Le Ministre de l'Instruction publique en a compris l'importance et il a bien voulu me fournir les moyens d'en commencer la publication. Enfin, j'ai l'intention de mettre sous les yeux du public, dans une exposition spéciale qui aura lieu au Muséum vers la fin du mois, les collections recueillies pendant les campagnes du *Travailleur* et du *Talisman*. »

Après cette lecture, M. le **Président** prononce les paroles suivantes :

« Monsieur Alphonse Milne-Edwards,

» L'intérêt pour les explorations des profondeurs de la mer s'est manifesté dès vos premières campagnes, à l'Académie, dans le monde scientifique et même parmi le public qui tient en honneur les grands efforts et les découvertes qui les suivent; cet intérêt va s'accroître en raison des brillants résultats que vous venez d'annoncer.

» Les naturalistes français ont paru un peu tardivement dans cette voie de recherches déjà bien féconde, qui nous promet dans l'avenir tant de lumières nouvelles, mais on ne saurait en vérité leur en faire reproche. Il y a près de seize années, prenant occasion d'une solennité d'un caractère scientifique qui avait lieu à la Sorbonne, je m'efforçai d'éveiller l'idée

d'entreprises maritimes dirigées selon les vues de la Science moderne. Ce fut en vain.

» Deux à trois ans plus tard, les marines de la Suède, des États-Unis, de la Grande-Bretagne, avaient mis des bâtiments à la disposition d'habiles explorateurs. Des dragages effectués à de grandes profondeurs avaient appris que les êtres animés sont à profusion dans les abîmes où physiciens et naturalistes s'accordaient pour croire impossible la vie de toute créature. Des types qu'on supposait éteints dans les âges géologiques avaient été recueillis dans tout l'éclat de la vie. Des dépôts sédimentaires, d'origine opposée, avaient été suivis dans leur formation et dans leurs relations. Alors que ces événements considérables étaient à peine connus en France de quelques personnes, j'en traçai un tableau dans le plus répandu de nos Recueils périodiques ([1]), demandant encore une fois à notre marine le moyen de prendre notre part d'un travail gigantesque. Encore une fois, le vœu demeura stérile. Si j'ai eu de vifs regrets à une époque déjà un peu éloignée, je puis me consoler, monsieur Alph. Milne-Edwards, après les opérations que vous avez dirigées avec tant de succès.

» Quand je songe maintenant aux merveilleuses révélations que l'on doit aux dragages exécutés sur les fonds des mers et quand, par la pensée, je mets en présence l'espace si limité atteint par la drague des explorateurs de tous les pays et l'espace prodigieux d'immensité que la main des hommes n'a point encore troublé, je conçois pour l'avenir des découvertes de la plus haute portée.

» On s'en souvient, au moment de partir pour une expédition où l'on comptait faire grand emploi de la drague, Louis Agassiz lançait une lettre où il déclarait s'attendre à rencontrer les plus remarquables types zoologiques que l'on croit éteints depuis des temps très reculés, lettre fameuse qui causa peut-être quelque trouble chez certains esprits attachés à d'anciennes opinions, mais qui inspirait un tout autre sentiment à des naturalistes qui attendent de la nature vivante actuelle les enseignements les plus précieux à l'égard de l'Histoire du globe. Nous ne doutons plus guère qu'il faille abandonner quelques espérances, un moment conçues. Que des prévisions soient déçues, il ne faut pas s'en étonner; nous le savons tous, par notre propre expérience, si l'investigateur ne rencontre pas toujours ce qu'il espère rencontrer, il trouve parfois ce que personne ne soupçonnait : l'avantage en est souvent considérable pour la Science.

([1]) *Revue des Deux-Mondes*, 1870.

» En remerciant le Ministre et l'Administration de la Marine du concours qui vient de nous être prêté, l'Académie voudra demander, je pense, que toutes les circonstances propices soient mises à profit pour continuer les études de Physique et d'Histoire naturelle dans les différentes mers. Il suffirait souvent de pourvoir les navires stationnaires de quelques engins que sauraient utiliser beaucoup d'officiers de Marine instruits et toujours à la hauteur d'une tâche belle et grande dans ses résultats.

» Les naturalistes qui ont pris part aux opérations du *Talisman* sont tous connus par d'importants travaux. Les études dont ils viennent de s'occuper, et qui vont faire l'objet d'une publication, leur créeront un nouveau titre à l'estime du monde scientifique. Je les prie de recevoir dès à présent les félicitations de l'Académie.

» C'est aussi avec bonheur qu'au nom de l'Académie j'adresse les plus vifs remerciements aux commandants et à tous les officiers du *Travailleur* et du *Talisman*.

» Pendant les deux premières campagnes, M. Richard a conduit le *Travailleur;* l'année dernière, M. Parfait a commandé ce même bâtiment et, cette année, le *Talisman*. Personne n'oubliera que c'est par leur dévouement et leur intelligente coopération que le succès des entreprises a été assuré. »

PHYSIOLOGIE PATHOLOGIQUE. — *De la préparation et du mode d'emploi des cultures atténuées par le chauffage, pour servir aux inoculations préventives contre le charbon;* par M. A. Chauveau.

« Ma Communication sur la possibilité de faire servir les cultures atténuées par la méthode du chauffage rapide, à la pratique des inoculations préventives contre le charbon (*Comptes rendus*, séance du 3 décembre), ne donne point de renseignements sur la manière de préparer et d'employer ces cultures. Il en résulte des obscurités. J'ai reçu des demandes d'explications, particulièrement au sujet du mode de préparation. Il est certain que quelques détails sont ici nécessaires, pour éviter à ceux qui voudraient répéter mes essais les échecs certains au-devant desquels ils courraient, s'ils n'étaient en possession de plusieurs notions techniques spéciales.

» Je commencerai par rappeler, en peu de mots, la succession des opérations qui m'ont permis de rendre les cultures charbonneuses inoffensives en faisant intervenir l'action de la chaleur : 1° ensemencement, avec une goutte de sang charbonneux frais, d'un matras contenant du bouillon de poulet très clair; 2° exposition du matras pendant vingt heures environ

dans un thermostat, maintenu à la température constante de + 43°, pour le développement de la semence en mycélium fragmenté dépourvu de spores ; 3° chauffage de la culture pendant trois heures dans un thermostat à + 47°, chauffage destiné à produire l'atténuation de la virulence du mycélium. La culture est alors prête à servir de semence pour un grand nombre d'autres cultures de deuxième génération, qui seront appliquées aux inoculations préventives. Cette seconde partie de l'opération se décompose dans les temps suivants : 1° ensemencement des nouveaux matras avec une ou deux gouttes de la première culture atténuée; 2° exposition pendant cinq à sept jours dans un thermostat à + 35°-37°, pour le développement du mycélium et sa transformation en spores déjà atténuées ; 3° chauffage à + 80° pendant une heure pour compléter l'atténuation des spores.

» Je rappellerai encore que la culture de première génération peut aussi fournir directement ces spores atténuées, quand on la soumet à la température eugénésique après le chauffage à + 47°.

» Voilà les principes; mais ce sont les conditions d'application qui importent à la réussite des opérations. J'ai étudié ces conditions avec soin, et je vais passer en revue successivement tous les points qui ont fait l'objet de mes recherches, tant sur la préparation des cultures que sur leur mode d'emploi.

» Comme milieu de culture, je continue à me servir de bouillon de poulet léger et clair, préparé avec une partie de viande au plus pour cinq parties d'eau. Un milieu plus riche m'a paru moins apte à la réussite de l'atténuation.

» Pour obtenir la semence, je féconde toujours le matras où elle doit se faire avec du sang frais de cobaye et je ne prolonge jamais la culture au delà de vingt heures, la température étant maintenue aussi exactement que possible à + 43°. L'expérience m'a enseigné que c'est dans la période comprise entre la douzième et la vingtième heure de la culture que le mycélium fragmenté qui en résulte est le mieux disposé à subir l'atténuation par le chauffage rapide. Souvent alors le mycélium est peu abondant, mais ce n'est pas une condition défavorable à l'utilisation de la culture.

» C'est à la température de + 47° que j'expose pendant trois heures le mycélium de cette culture pour y déterminer l'atténuation fondamentale. Il ne faut jamais descendre au-dessous de cette température, mais on peut sans inconvénient, peut-être même avec un certain avantage, monter jusqu'à + 49°.

» Une précaution importante doit être prise pour les cultures de deuxième génération qui fournissent la matière dite vaccinale. Cette précaution est relative à la masse du milieu de culture et à l'épaisseur de la couche liquide qu'il forme au fond des matras. Si l'on n'a soin de veiller à ce que cette couche soit également épaisse dans tous les récipients, on s'expose à obtenir des résultats fort divers. Le résultat qu'on peut appeler *normal* s'observe communément dans les matras Pasteur, du modèle ordinaire le plus grand, garnis de 20^{gr} de bouillon. La culture qui résulte de l'exposition de ces matras à la température $+35^{\circ}$, $+37^{\circ}$, pendant cinq à sept jours, est généralement plus ou moins riche en belles spores, douées d'un commencement d'atténuation et surtout de la propriété de s'atténuer davantage sous l'influence du chauffage à $+80^{\circ}$. Mais, si les matras ne contiennent qu'une très petite quantité de bouillon ne formant qu'une couche mince au fond du récipient, le développement, qui marche plus vite, aboutit rapidement à une abondante formation de spores dans lesquelles l'aptitude à l'atténuation est très faible.

» C'est là, du reste, un fait très général et qui mérite mieux qu'une mention incidente à propos des cultures atténuées du charbon. Je me bornerai à dire en ce moment que l'influence des milieux de culture en couche mince, influence toujours très évidente, ne s'exerce pas constamment dans le même sens et peut varier avec les autres conditions de l'expérience.

» Quelles que soient les précautions prises pour réaliser de tous points l'égalité des conditions des cultures, on n'est pas néanmoins absolument sûr d'arriver dans tous les cas au même degré d'atténuation. Pratiquement, les différences sont, en général, insignifiantes; toutefois, il peut se rencontrer des cas exceptionnels où les spores sont trop actives pour servir à une deuxième inoculation préventive, sans avoir subi un court et léger chauffage préalable.

» Pour éviter les dangers créés par ces exceptions, ne devrait-on pas ériger en principe général ce chauffage des cultures destinées à la deuxième inoculation préventive? Ces dangers ne m'ont paru, dans mes expériences, ni assez fréquents, ni assez redoutables pour qu'on se prive du bénéfice de la grande solidité de l'immunité qui est conférée par l'inoculation avec les cultures non chauffées. Peut-être modifierai-je cette conclusion pour d'autres conditions des liquides dits *vaccinaux;* mais, avec les conditions actuelles, c'est le premier vaccin seul que je soumets au chauffage rapide pour communiquer aux spores le complément d'atténuation dont

elles ont besoin. J'ai essayé les températures comprises entre + 78° et + 88°. C'est décidément le chauffage à + 80°, + 82°, pendant une heure et demie, une heure, qui convient le mieux à l'acquisition de cette atténuation. Au-dessous, l'action atténuante n'est pas assez énergique. Au-dessus, elle l'est trop, et l'on est exposé même à tuer complètement les spores, qui deviennent alors incapables de se développer dans un nouveau milieu de culture.

» Sur les procédés d'inoculation, je n'ai que peu de chose à dire. J'emploie, comme M. Pasteur, l'injection sous-cutanée des liquides atténués, mais à la dose de deux gouttes seulement pour chaque inoculation sur les animaux de l'espèce ovine, et de quatre gouttes pour ceux de l'espèce bovine. Ces derniers sont inoculés à la face externe de l'oreille, région excellente, où l'on est assuré de ne point produire les œdèmes graves qui ont si souvent alarmé les vaccinateurs quand ils se sont adressés à d'autres régions. Pour les moutons, je choisis indifféremment cette même région de l'oreille ou la face interne de la cuisse.

» On a vu, dans mon expérience d'essai, que j'avais laissé écouler deux mois pleins entre la première et la deuxième inoculation préventive. C'est trop, et cependant celle-ci n'a entraîné la mort que d'un seul mouton. Si elle eût été faite au bout de quinze jours, nous n'aurions même pas eu cet unique accident. J'estime cependant, d'après quelques faits comparatifs que j'ai pu rassembler, qu'avec les matières présentement employées ce terme pourrait peut-être s'étendre jusqu'à vingt ou trente jours. »

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur les lueurs crépusculaires observées dans les mois de novembre et de décembre* 1883. Note de M. **P. de Gasparin**.

« Tarascon, 14 décembre 1883.

» Un grand nombre de météorologistes ont cherché à se rendre compte de l'illumination du ciel dans la région de l'ouest-sud-ouest, qui a frappé les regards des Parisiens dans les soirées des 26 et 27 novembre, et qui n'a pas été moins remarquée par les habitants de la région du sud-est de la France et particulièrement par les agriculteurs qui, à cette heure, sont tous hors de leurs demeures qu'ils regagnent après les travaux de la journée. Je l'ai, de mon côté, suivie avec le plus grand soin, en prenant des alignements pour l'orientation exacte du centre du phénomène et en notant les phases diverses la montre à la main.

» Je n'en aurais pas entretenu l'Académie, estimant que l'habile obser-

vateur de Montsouris, M. Marié-Davy, s'est tenu dans les limites exactes des faits réels, tandis que l'imagination se donnait carrière et suggérait aux physiciens des hypothèses ingénieuses et aux populations moins instruites des présages hasardés.

» Mais hier, 13 décembre, le phénomène s'est reproduit rigoureusement pareil à ce qu'il s'était montré les 26 et 27 novembre et, d'un autre côté, l'Académie sait que l'illumination crépusculaire a été observée à Berlin, les 28, 29 et 30 novembre. Il ne saurait donc être question de contester des détails d'observation, puisque les dates de ces apparences varient avec les régions, et que l'intensité et la durée ont pu varier aussi suivant la constitution atmosphérique, la hauteur des vapeurs des particules ou des aiguilles de glace qui faisaient éprouver à la lumière un double phénomène de diffraction et de réfraction; suivant aussi l'inclinaison du Soleil sur l'horizon, car la durée des crépuscules augmente à mesure que l'angle du cercle parcouru par le Soleil avec le cercle horizontal diminue, et déjà à la latitude de Paris le crépuscule est nécessairement plus long qu'au 44e degré où je me trouve en ce moment.

» Il est toutefois deux points qui me paraissent hors de contestation dès à présent : 1° la variété des dates met tout à fait hors de cause les étoiles filantes; 2° l'orientation rigoureuse du centre du phénomène coïncidant si exactement avec celui du Soleil, qu'il suivait son déplacement au-dessus de l'horizon, en sorte que des objets, comme des bois, absolument noirs au commencement du phénomène, parce que leur orientation les plaçait dans un cône d'ombre par rapport au Soleil, commençaient à se teinter au sommet en rose à la fin, c'est-à-dire une heure et quart après le coucher du Soleil, parce qu'un déplacement de 20° au-dessous de l'horizon sur le cercle parcouru par le Soleil plaçait le sommet de ces arbres (chênes verts) en dehors du cône d'ombre. C'est donc la lumière seule du Soleil qui, en raison de la constitution particulière de l'atmosphère à certains jours, produit ces singuliers et magnifiques effets qui n'ont, dans nos régions, pas grand'chose à envier à ceux des aurores boréales dont nous n'apercevons que les derniers reflets.

» Quant aux teintes vertes de certains points de la voûte céleste, je n'ai pu y voir qu'un de ces effets de contraste si bien expliqués et étudiés, il y a près de cinquante ans, par le savant doyen de l'Académie des Sciences. Là où l'absence de vapeurs visibles ou de particules solides ne permet pas la coloration par les rayons rouges réfractés, l'espace vide entouré d'une nuée rouge paraît vert.

» En résumé, au 44ᵉ degré, la durée du phénomène ne s'est pas étendue au delà de cinq heures et demie du soir, temps moyen du lieu, et à cette heure-là il était à peine visible. L'orientation de la source lumineuse était identique à celle du Soleil lui-même. Ces longs crépuscules ne paraissent avoir un caractère de généralité que par le fait d'une identité de constitution atmosphérique sur une vaste étendue; mais, en fait, en sortant de ces limites, les dates sont variables et subordonnées à cette constitution même dans un lieu donné.

» Il reste à étudier justement cette constitution, et l'on pourrait presque, par induction, arriver à déterminer la nature et l'élévation des particules qui sont l'occasion du phénomène, comme on a calculé le trajet de la lumière dans les gouttes de pluie pour produire l'arc-en-ciel. »

M. **Th. du Moncel** fait hommage à l'Académie du second volume de son Ouvrage sur l'éclairage électrique.

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

MÉCANIQUE. — *Sur la détermination des forces élastiques.* Mémoire de M. **E. Fontaneau.** (Extrait par l'auteur.)

(Commissaires : MM. Fizeau, Resal, Cornu.)

« Dans le travail sur la détermination des forces de l'élasticité, que je soumets au jugement de l'Académie, je me suis proposé deux buts distincts, mais entre lesquels existe une certaine corrélation.

» La première partie est consacrée à résoudre une difficulté de la théorie qui, en elle-même, n'a peut-être pas une importance excessive, mais sur laquelle on ne peut se prononcer d'une certaine manière, sans infirmer les travaux de Cauchy, sur l'Optique, et un grand nombre de résultats dus aux calculs de Poisson, de Navier et d'autres savants ingénieurs.

» Le point contesté consiste à savoir si, outre les quinze égalités qui, de l'aveu général, existent entre les trente-six coefficients d'élasticité des corps homogènes, il y en a six autres, ce qui permettrait de réduire à quinze le nombre des coefficients réellement distincts, dans le cas de l'homogénéité, et à un seul lorsque le corps élastique est isotrope.

» Pour montrer qu'il en est réellement ainsi, j'ai cherché d'abord à

exprimer, au moyen des coefficients d'élasticité connus pour un certain système d'axes OX, OY, OZ, les mêmes coefficients par rapport à un autre système d'axes OX′, OY′, OZ′, également rectangulaires et de même origine. Ce résultat dépend de formules déjà données par M. de Saint-Venant dans un Mémoire présenté à l'Académie des Sciences le 16 mars 1863, et inséré, la même année, au *Journal de Liouville;* je les ai obtenues par une méthode différente. J'en ai conclu que, si les égalités contestées étaient reconnues exactes pour un certain système d'axes rectangulaires, elles devaient aussi se vérifier pour tous les autres de même origine.

» J'ai cherché alors ce qu'il en est, lorsque les axes considérés sont dans la direction de l'ellipsoïde des forces élastiques et j'ai fait voir qu'il fallait, pour la vérification de ces six égalités, que les forces principales d'élasticité eussent des directions communes avec les dilatations principales et leur soient proportionnelles. Le premier point résulte sans difficulté de ce que le potentiel des forces élastiques est une fonction homogène du second degré, des dilatations et des glissements, dont les dérivées par rapport à ces variables sont les composantes normales et tangentielles des forces élastiques. D'ailleurs, le fait déterminant du maximum des dilatations, c'est que le plan tangent à la sphère infinitésimale, à l'extrémité du rayon dont la dilatation est maximum, n'ait pas de glissement et l'on ne comprend pas qu'il puisse alors y avoir des forces tangentielles pour s'opposer à des glissements qui n'ont pas lieu. Or le caractère des forces principales d'électricité, c'est d'être seules à solliciter le plan élémentaire auquel elles sont appliquées sans le concours d'aucune composante de glissement. Il est donc certain qu'au cas où l'équilibre d'élasticité a lieu, l'ellipsoïde des forces élastiques et l'ellipsoïde des déplacements ont des axes de mêmes directions dans tous les cas possibles, d'isotropie, d'homogénéité ou même d'hétérogénéité. Mais alors, comme le plan élémentaire auquel est appliquée normalement la force principale ne peut avoir qu'un mouvement infinitésimal d'oscillations normales à la direction de la force, il est nécessaire que celle-ci, à laquelle il doit son équilibre, soit proportionnelle à son déplacement, ou, ce qui revient au même, à l'une des dilatations principales. Ainsi, j'ai démontré la proposition contestée sans rechercher d'autre appui que des principes universellement adoptés.

» J'ai été conduit à entreprendre la deuxième partie de mon travail par une observation que j'ai faite en travaillant à la première. C'est qu'il y a entre les composantes normales et tangentielles des forces élastiques appliquées à un même parallélépipède élémentaire trois relations générales, qui

permettent d'exprimer chacune des forces tangentielles en fonction des trois composantes normales. Grâce à cette circonstance, j'ai pu éliminer, des équations aux dérivées partielles auxquelles doivent satisfaire les forces élastiques, leurs composantes tangentielles. Ainsi réduite, leur intégration est notablement simplifiée. Je l'ai achevée pour le cas où l'ellipsoïde d'élasticité a ses axes de mêmes directions en tous les points du corps, c'est-à-dire lorsque celui-ci, homogène à son état naturel, l'est encore après sa déformation; la solution complète est donnée par trois formules où entrent neuf constantes arbitraires.

» Quant aux intégrales générales, on pourra les déduire de la solution complète, soit par la méthode de Lagrange, soit par celle qu'ont employée Fourier, Poisson et Cauchy; mais, comme ce sujet dépend en quelque sorte de l'application à des problèmes spéciaux, j'ai dû en réserver l'étude.

» J'ai examiné séparément le cas où les forces appliquées à la masse du corps élastique ont un potentiel et celui où il n'y en a pas; j'ai donné dans l'un et l'autre cas la solution.

» La méthode employée pour intégrer les équations aux dérivées partielles qui régissent l'équilibre d'un corps élastique me conduisait naturellement à poursuivre le même résultat sur les équations auxquelles doivent satisfaire les composantes des forces élastiques dans le cas du mouvement. La recherche était plus difficile : je ne crois pas cependant qu'elle ait été infructueuse.

» Je terminerai par une observation cet exposé sommaire; j'ai lieu de penser qu'il résultera de cette étude une méthode nouvelle pour résoudre les problèmes de l'élasticité, mais elle ne diminuera point l'importance de celle qu'on suit actuellement. Il était donc naturel que je consacrasse une partie de ce travail à mettre hors de doute l'exactitude des résultats acquis par d'illustres géomètres. »

VITICULTURE. — *Sur les procédés de M.* Mandon *et de M.* Aman-Vigié, *pour le traitement des vignes phylloxérées.* Note de M. F. **Henneguy.**

(Renvoi à la Commission du Phylloxera.)

« Pendant mon séjour dans le Midi, j'ai visité, comme les années précédentes, différents vignobles traités par les insecticides, sulfocarbonate de potassium et sulfure de carbone, ou par la submersion. Je n'ai aucun fait nouveau à signaler relativement à ces traitements, que continuent à em-

ployer les propriétaires intelligents qui préfèrent conserver leurs vignobles ou en créer de nouveaux avec des cépages indigènes, en faisant quelques sacrifices, que de courir les chances d'une reconstitution à l'aide de cépages étrangers mal connus, dont chaque année un certain nombre sont déclarés non résistants.

» J'ai visité aussi, dans les environs de Carcassonne, quelques vignobles traités par un procédé dont on a beaucoup parlé depuis quelque temps, celui du Dr Mandon, consistant dans l'empoisonnement de la sève par une solution d'acide phénique. Chez M. Belloc, à Hugniac, 8 hectares ont été soumis cette année au traitement phénolé; l'application des entonnoirs renfermant la solution a été faite à trois reprises différentes, sur tous les ceps, aux mois de mai, juillet et août. Lorsque je visitai le vignoble, dans les derniers jours du mois d'août, les ceps, au niveau des taches phylloxériques, étaient dans un état de dépérissement manifeste; mais quelques personnes, qui les avaient vus avant le traitement, m'assuraient que la végétation était un peu plus vigoureuse qu'au commencement de l'été. Les racines de tous les pieds que j'ai examinés étaient couvertes de Phylloxeras bien vivants. M. Belloc continuera à traiter ses vignes par l'acide phénique, l'année prochaine; ayant constaté l'état des vignes cette année, je pourrai me rendre compte plus tard de l'effet du traitement.

» A Paretlongue, M. Castel, qui a traité aussi une partie de son domaine par le procédé de M. Mandon, a bien voulu faire placer devant moi, le 20 août, quelques entonnoirs remplis de la solution phénolée, sur des pieds de vignes bien phylloxérés. Je revins examiner ces vignes le 28 septembre; la solution avait été absorbée depuis longtemps; les racines des souches traitées étaient, comme chez M. Belloc, couvertes de Phylloxeras vivants. J'ai mis des fragments de ces racines dans un tube de verre, et les insectes, conservés dans une pièce chauffée, continuent de pondre et se comportent absolument comme des Phylloxeras pris sur des racines de vigne non traitée.

» Le procédé de M. le Dr Mandon, tel que son auteur le préconise actuellement, ne paraît donc avoir aucune action sur le Phylloxera. Quant au principe même du traitement, l'absorption d'un liquide toxique par la sève, il me semble devoir être réservé pour le moment. Il y a à ce sujet d'intéressantes recherches à faire au point de vue de la Physiologie végétale. Les expériences de M. de Laffitte et celles que j'ai entreprises cet été prouvent qu'un liquide toxique ou non, absorbé par une souche, peut monter vers les feuilles et descendre jusqu'aux racines; mais il reste à dé-

terminer l'action du liquide absorbé sur les tissus du végétal et les transformations de ce liquide pendant son absorption. J'espère reprendre ces recherches au printemps prochain.

» J'ai examiné aussi à Marseille des vignes soumises au traitement de M. Aman-Vigié. Ce traitement consiste à injecter dans le sol, au moyen d'un soufflet spécial, un mélange de vapeurs de soufre et d'acide sulfureux. M. Aman-Vigié sulfure ainsi depuis six ans une centaine de pieds de vigne dans son jardin, à Saint-Julien. Ces vignes présentent une belle végétation, quoique leurs racines portent un assez grand nombre de Phylloxeras; elles sont plantées, il est vrai, en cordons le long des allées, ce qui est une excellente condition de résistance, les racines pouvant s'étendre assez loin sans se gêner réciproquement.

» M. Aman-Vigié n'a pu que cette année seulement installer un petit champ d'expériences dans lequel les vignes sont plantées en quinconce comme dans les vignobles du Midi; ce champ sera soumis au traitement l'année prochaine.

» Les vapeurs d'acide sulfureux ne pénètrent pas profondément dans le sol et disparaissent rapidement; elles ne peuvent agir que sur les insectes des racines superficielles. Le sulfurage, tel que le pratique M. Aman-Vigié, aux mois de juillet et d'août, peut avoir une certaine influence sur l'essaimage en détruisant les nymphes qui sont sur le point de se transformer en insectes ailés; mais, pour exercer une action utile, les vapeurs devraient pénétrer à une profondeur d'au moins $0^{m},60$, et séjourner dans le sol pendant un temps assez long. Du reste, l'inventeur du procédé ne prétend pas débarrasser complètement la vigne du Phylloxera, mais seulement détruire chaque année assez d'insectes pour permettre au végétal de vivre avec ses parasites. Les expériences qui ont été instituées jusqu'à présent ont été faites sur une trop petite échelle et dans des conditions trop particulières pour permettre de porter un jugement définitif sur la valeur du traitement proposé par M. Aman-Vigié. »

M. L. Charpiot adresse une Note relative à la direction des ballons.

(Renvoi à la Commission des aérostats.)

CORRESPONDANCE.

M. le Secrétaire perpétuel signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Un Mémoire de M. *C. Le Paige*, sur les surfaces du troisième ordre (extrait des *Acta mathematica*). (Présenté par M. Hermite.)

2° Un Opuscule de M. *Arsène Thévenot*, intitulé « Faits et accidents météorologiques, survenus à Troyes et aux environs avant 1790. (Adressé par M. Marié-Davy.)

ASTRONOMIE. — *Observations de la comète Pons-Brooks, faites à l'Observatoire de Paris avec l'équatorial coudé;* par M. **Périgaud**, présentées par M. Mouchez.

Dates. 1883.	Étoiles.	Temps moyen de Paris.	Ascens. droite apparente.	Correction de l'éphéméride (¹).	Déclinaison apparente.	Correction de l'éphéméride (¹).	Nombre de comp.
		h m s	h m s	s	° ′ ″	″	
Nov. 22...	*a*	6.55.7	18. 0. 0,27	+ 1,74	+48.40.44,8	+20,5	4-1
23...	*a*	6.48.0	18. 3.29,15	+ 2,51	+48.27.55,8	+19,9	6
27...	*b*	7.43.34	18.18.33,95	+ 4,05	+47.32.35,1	+17,4	4
Déc. 6...	*c*	7.36.8	18.58.28,94	+ 7,48	+44.53.41,1	+ 8,4	4
7...	*d*	8.32.3	19. 3.42,42	+ 7,54	+44.30.19,3	— 3,0	4
11...	*e*	5.28.23	19.24.24,64	+ 9,13	+42.50.45,1	—18,8	4
12...	*f*	5.43.28	19.30. 7,71	+ 9,44	+42.20.50,4	—21,8	1
12...	*f*	7.37.27	19.30.35,04	+ 9,61	+42.18.24,9	—22,4	3
16...	*g*	6.13.28	19.54.10,53	+11,44	+40. 1.23,9	—49,4	4

Positions des étoiles de comparaison.

Étoiles de comparaison.	Ascens. droite moyenne pour 1883,0.	Réduction au jour.	Déclinaison moyenne pour 1883,0.	Réduction au jour.	Autorité.
	h m s	s	° ′ ″	″	
a 33273 Lal......	18. 0. 5,28	—0,16	+48.27.34,4	+17,6	2 obs. mérid. Paris.
b 33773 »	18.12.25,16	—0,04	+47.31.18,7	+18,3	Cat. Lalande.
c 35525 »	18.54.31,15	+0,39	+44.49.55,2	+21,7	Id.
d 36113 »	19. 6.38,86	+0,51	+44.22. 6,9	+23,0	2 obs. mérid. Paris.
e 37065 »	19.27.32,65	+0,76	+42.44.18,9	+24,6	Cat. Lalande.
f 37441 »	19.35.37,78	+0,84	+42.32.54,8	+25,3	5 obs. mérid. Paris.
g 38154 »	19.53. 9,96	+1,08	+40. 3.14,7	+26,0	2 »

(¹) *Astronomische Nachrichten*, nos 2540 et 2558.

ASTRONOMIE. — *Observations de la planète (235) Carolina et de la comète Pons-Brooks, faites à l'Observatoire de Paris (équatorial ouest du Jardin)*; par MM. **Henry**. Communiquées par M. Mouchez.

Planète (235) Carolina.

Dates. 1883.	Temps moyen.	Ascension droite.	Log. fact. par.	Distance polaire.	Log. fact. par.	Étoiles de comp.
	h m s	h m s		° ′ ″		
Déc. 4...	12. 1. 2	3.14.21,48	$+(\bar{1},237)$	74.9.37,4	$-(0,698)$	*a*
5...	10.57. 6	3.13.37,02	$+(\bar{2},861)$	74.9.45,0	$-(0,687)$	*a*
6...	10.16.58	3.12.52,98	$+(\bar{3},950)$	74.9.49,7	$-(0,684)$	*a*
7...	11.27. 7	3.12. 6,42	$+(\bar{1},151)$	74 9.52,4	$-(0,693)$	*a*

Positions moyennes des étoiles de comparaison pour 1883,0.

Étoiles de comparaison.	Ascension droite.	Réduction au jour.	Distance polaire.	Réduction au jour.	Autorité.
a Anonyme..	$3^h.13^m.59^s,18$	$+5^s,03$	74°. 5′.29″,1	$-12''$,8	Comp. avec 152 Weisse N.C H.3.

» Ces nombres s'appliquent aux quatre observations.

Comète Pons-Brooks.

Dates. 1883.	Temps moyen.	Ascension droite.	Distance polaire.	Étoile de comparaison.
Décembre 11....	$8^h.56^m.9^s$	$19^h.25^m.14^s,26$	47°.13′. 9″,4	*b*

» Cette observation est corrigée de l'effet de la parallaxe.

Positions moyennes de l'étoile de comparaison pour 1883,0.

Noms de l'étoile.	Ascension droite.	Réduction au jour.	Distance polaire.	Réduction au jour.	Autorité.
b 699 Weisse N.C. H.3...	$19^h.23^m.39^s,74$	$+0^s,71$	47°. 8′.55″,9	$-24''$,0	Weisse.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les multiplicateurs des équations différentielles linéaires*. Note de M. **Halphen**.

« *Si, entre diverses solutions inconnues d'une même équation différentielle linéaire, il existe une relation connue, quel parti peut-on en tirer pour l'intégration?*

» Cette question comporte une réponse précise si la relation donnée est *algébrique;* mais ici j'examinerai seulement un cas, encore très général, auquel, d'ailleurs, se ramènent tous les autres : le cas où *un polynôme entier*

et homogène des solutions inconnues est égal à une fonction connue de la variable indépendante.

» Soit l'équation proposée

$$U = y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + a_2 y^{(n-2)} + \ldots + a_{n-1} y' + a_n y = 0.$$

Envisageons n solutions distinctes $\eta_1, \ldots, \eta_n$ de l'équation *adjointe*. A chacune d'elles correspond une intégrale première

$$(1) \qquad \eta_i y^{(n-1)} - b_1 y^{(n-2)} + b_2 y^{(n-3)} + \ldots + (-1)^{n-1} b_{n-1} y = c_i.$$

» Les coefficients b s'expriment en fonction de η_i comme il suit :

$$(2) \qquad \begin{cases} b_1 = \eta_i' - a_1 \eta_i, \\ b_2 = \eta_i'' - (a_1 \eta_i)' + a_2 \eta_i, \\ b_3 = \eta_i''' - (a_1 \eta_i)'' + (a_2 \eta_i)' - a_3 \eta_i, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \end{cases}$$

» Soit maintenant $f(c)$ un polynôme entier et homogène, du degré m, par rapport à $c_1, \ldots, c_n$ et à coefficients constants. En vertu des égalités telles que (1), on peut considérer $f(c)$ comme un polynôme F, entier, homogène, du degré m, par rapport à $y^{(n-1)} \ldots y$, et à coefficients dépendant de la variable x. Dans F le coefficient de $[y^{(n-1)}]^m$ est $f(\eta)$. Quant aux autres coefficients, on reconnaît aisément qu'ils s'expriment en fonction linéaire de $f(\eta)$ et de ses dérivées par des formules dont les égalités (2) constituent un cas particulier; par conséquent, en général, si l'on connaît l'expression de $f(\eta)$ en fonction de x, on en pourra déduire explicitement F comme un polynôme, du $m^{\text{ième}}$ degré, en $y^{(n-1)} \ldots y$, avec des coefficients connus. En l'égalant à une constante, on aura une intégrale de l'équation proposée.

» Nous appellerons $f(\eta)$ la *source* de l'intégrale.

» Il importe, avant tout, de connaître les cas d'exception, ceux où la source ne détermine plus l'intégrale sans ambiguïté Un de ces cas se présente évidemment si la source est zéro, si donc entre les η il existe une relation homogène, du degré m, à coefficients constants. C'est d'ailleurs le seul cas d'exception; si, en effet, deux intégrales du degré m ont une même source, leur différence est une intégrale dont la source est zéro. Par là on reconnaît que, si entre les η il existe p relations homogènes, du degré m, linéairement distinctes, les coefficients des intégrales, de ce même degré m, se déterminent, la source étant donnée, par une équation différentielle linéaire d'ordre p.

» Considérons pour $f(\eta)$ une *forme réduite*, soit

$$f(\eta) = A\zeta_1^{\lambda_1}\zeta_2^{\lambda_2}\ldots\zeta_n^{\lambda_n} + B\zeta_1^{\mu_1}\zeta_2^{\mu_2}\ldots\zeta_n^{\mu_n} + \ldots,$$

obtenue avec les variables

$$\zeta_i = \alpha_{i,1}\eta_1 + \alpha_{i,2}\eta_2 + \ldots + \alpha_{i,n}\eta_n.$$

» Désignons par z_i la combinaison semblable

$$z_i = \alpha_{i,1}c_1 + \alpha_{i,2}c_2 + \ldots + \alpha_{i,n}c_n,$$

où les c sont remplacés par leurs expressions (1). Nous obtenons, pour F, la forme réduite

$$F = A z_1^{\lambda_1} z_2^{\lambda_2}\ldots z_n^{\lambda_n} + B z_1^{\mu_1} z_2^{\mu_2}\ldots z_n^{\mu_n} + \ldots.$$

» Si cette forme réduite ne peut être obtenue que d'un nombre limité de manières, la réduction, opérée sur F, fera connaître les intégrales linéaires z, et l'intégration sera complète, pourvu toutefois que la forme réduite contienne des variables effectives z en nombre n.

» Les polynômes à n variables, dont les formes réduites sont indéterminées ou bien contiennent moins de n variables, forment une catégorie d'exception très bien connue, où se rangent notamment les polynômes du second degré. A cette exception près, la connaissance d'une intégrale F entraîne l'intégration complète. D'autre part, la connaissance de $f(\eta)$ conduit à une intégrale F, et, par suite, à l'intégration complète de l'équation qui a pour inconnue y. Mais, par cette dernière, s'intègre aussi l'équation dont η est l'inconnue. Donc :

» *Si, en fonction de la variable indépendante, on connaît l'expression d'un polynôme, à coefficients constants, homogène et du degré m, par rapport aux solutions d'une équation différentielle linéaire, cette équation s'intègre complètement, pourvu que :*

» 1° *Le polynôme ait une forme réduite déterminée, contenant des variables effectives en nombre égal à l'ordre de l'équation ;*

» 2° *Entre les solutions il n'existe aucune relation homogène, à coefficients constants, d'un degré égal à celui du polynôme.*

» La considération de la forme réduite peut être remplacée par celle des covariants qui la fournissent, et par là se retrouve le beau théorème décou-

vert par M. Darboux [1] : *Tout covariant d'une intégrale est lui-même une intégrale* (l'équation étant privée du second terme).

» Pour les applications, on facilite singulièrement les calculs en considérant, au lieu des intégrales, les multiplicateurs qui les fournissent. Soit F une intégrale, du degré m. Sa dérivée F' se décompose en deux facteurs, dont l'un est le premier membre U de l'équation différentielle, l'autre un polynôme homogène et du degré $m-1$ par rapport à $y^{(n-1)} \ldots y$, à coefficients dépendant de x. Ce dernier est le *multiplicateur* qui fournit l'intégrale F. Dans ce multiplicateur φ, le coefficient de $[y^{(n-1)}]^{m-1}$ est précisément la source de F, et peut aussi être appelé la *source* de φ. En effet, les autres coefficients s'en déduisent encore sans ambiguïté, sauf le cas d'exception signalé plus haut.

» Voici comment on peut, pratiquement, calculer un multiplicateur. Tout polynôme homogène en $y, y', y'', \ldots$, à coefficients dépendant de x, peut être décomposé en une somme de deux parties $P' + Q$, dont l'une P' est la dérivée d'un polynôme analogue, et dont l'autre Q est caractérisée par ce fait qu'à chaque terme la dérivée de y, de l'ordre le plus élevé, a l'exposant 2, au moins. C'est ce qu'on voit sur l'exemple suivant :

$$Ay^2y''' = [A(y^2y'' - yy'^2) - A'y^2y' + \tfrac{1}{3}A''y^3]' + Ay'^3 + 3A'yy'^2 - \tfrac{1}{3}A'''y^3.$$

» Pour que le polynôme proposé soit la dérivée d'un polynôme analogue, il faut et il suffit que Q n'existe pas. En prenant donc un multiplicateur, de degré $m-1$, à coefficients indéterminés, effectuant son produit par U, calculant Q et égalant tous les termes à zéro, on obtiendra les équations propres à déterminer ce multiplicateur.

» Dans une prochaine Communication, je donnerai une application de cette méthode, ainsi que de la proposition suivante, analogue à celle de M. Darboux : *Tout invariant d'un multiplicateur est la source d'un autre multiplicateur* (l'équation étant privée du second terme). *Le degré de ce dernier est inférieur d'une unité au degré de l'invariant par rapport aux coefficients.* »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un point de la théorie des fonctions elliptiques.* Note de M. Lipschitz, présentée par M. Hermite.

« En réfléchissant sur la formule des *Fundamenta*, qui est la source de la détermination des représentations d'un nombre quelconque par une

---

[1] *Sur les systèmes d'équations linéaires à une seule variable indépendante* (*Comptes rendus*, t. XC, p. 524 et 596; 1880).

somme de quatre carrés, j'ai remarqué que cette formule, par une légère modification, conduit à une équation différentielle qui se rapporte aux trois fonctions

$$\vartheta_0(0) = 1 - 2q + 2q^4 - 2q^9 \pm \ldots,$$
$$\vartheta_2(0) = 2q^{\frac{1}{4}} + 2q^{\frac{9}{4}} + 2q^{\frac{25}{4}} + \ldots,$$
$$\vartheta_3(0) = 1 + 2q + 2q^4 + 2q^9 + \ldots.$$

Je remarque d'abord que, dans la formule de Jacobi

$$\vartheta_3^4(0) = 1 + 8\left(\frac{q}{1-q} + \frac{2q^2}{1+q^2} + \frac{3q^3}{1-q^3} + \frac{4q^4}{1+q^4} + \cdots\right),$$

on peut réunir toutes les fractions du second membre qui contiennent les puissances de q dont les exposants sont les produits de la multiplication d'un nombre impair g par une puissance du nombre 2. En effet, la somme des fractions

$$\frac{2q^{2g}}{1+q^{2g}} + \frac{4q^{4g}}{1+q^{4g}} + \frac{8q^{8g}}{1+q^{8g}} + \cdots$$

est égale à la fraction $\frac{2q^{2g}}{1-q^{2g}}$. C'est par là que la formule de Jacobi se change dans celle-ci :

$$\vartheta_3^4(0) = 1 + 8\left(\frac{q}{1-q} + \frac{2q^2}{1-q^2} + \frac{3q^3}{1-q^3} + \frac{5q^5}{1-q^5} + \frac{6q^6}{1-q^6} + \frac{7q^7}{1-q^7} + \cdots\right),$$

où la somme à droite se réfère à tous les exposants de q, qui ne sont pas divisibles par le nombre 4. Il est donc permis de lui donner l'expression

$$\vartheta_3^4(0) = 1 - 8\frac{d\log}{d\log q}\left[\frac{(1-q)(1-q^2)(1-q^3)(1-q^4)}{(1-q^4)(1-q^8)(1-q^{12})}\cdots\right].$$

» De l'autre côté, on a, d'après les numéros (3) et (5) du même article des *Fundamenta*,

$$\vartheta_0(0) = \frac{[(1-q)(1-q^2)(1-q^3)(1-q^4)\ldots]^2}{(1-q^2)(1-q^4)(1-q^6)(1-q^8)\ldots},$$
$$\vartheta_2(0) = 2q^{\frac{1}{4}}\frac{[(1-q^4)(1-q^8)(1-q^{12})\ldots]^2}{(1-q^2)(1-q^4)(1-q^6)(1-q^8)\ldots},$$

partant

$$\frac{(1-q)(1-q^2)(1-q^3)(1-q^4)\ldots}{(1-q^4)(1-q^8)(1-q^{12})\ldots} = \left[\frac{2q^{\frac{1}{4}}\vartheta_0(0)}{\vartheta_2(0)}\right]^{\frac{1}{4}}.$$

» La formule de Jacobi devient donc la suivante :

$$\vartheta_3^4(0) = 1 - 8\frac{d\log}{d\log q}\left[\frac{2q^{\frac{1}{4}}\vartheta_0(0)}{\vartheta_2(0)}\right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{ou} \quad \vartheta_3^4(0) = -4\frac{d\log}{d\log q}\left[\frac{\vartheta_0(0)}{\vartheta_2(0)}\right].$$

» Mais, parce que les trois fonctions $\vartheta_0(o)$, $\vartheta_2(o)$, $\vartheta_3(o)$ sont assujetties à l'équation

$$\vartheta_0^4(o) + \vartheta_2^4(o) - \vartheta_3^4(o) = o,$$

qui est singulièrement signalée dans les recherches posthumes de Gauss, publiées dans le t. III de ses *OEuvres*, p. 383, on en peut tirer les formules semblables relatives à $\vartheta_0^4(o)$ et à $\vartheta_3^4(o)$. En différentiant par rapport à la variable q, on trouve l'équation

$$\vartheta_0^3(o)\, d\vartheta_0(o) + \vartheta_2^3(o)\, d\vartheta_2(o) - \vartheta_3^3(o)\, d\vartheta_3^3(o) = o,$$

dont la combinaison avec l'équation première conduit à la proportion

$$\begin{aligned}&\vartheta_0^3(o) : \vartheta_2^3(o) : -\vartheta_3^3(o)\\ &= \vartheta_2(o)\frac{d\vartheta_3(o)}{d\log q} - \vartheta_3\frac{d\vartheta_2(o)}{d\log q} : \vartheta_3(o)\frac{d\vartheta_0(o)}{d\log q} - \vartheta_0\frac{d\vartheta_3(o)}{d\log q} : \vartheta_0(o)\frac{d\vartheta_2(o)}{d\log q} - \vartheta_2(o)\frac{d\vartheta_0(o)}{d\log q}.\end{aligned}$$

» En conséquence, l'équation différentielle mentionnée entraîne avec elle les deux autres

$$\vartheta_0^4(o) = 4\frac{d\log}{d\log q}\left[\frac{\vartheta_2(o)}{\vartheta_3(o)}\right],$$

$$\vartheta_2^4(o) = 4\frac{d\log}{d\log q}\left[\frac{\vartheta_3(o)}{\vartheta_0(o)}\right].$$

» Sous le point de vue arithmétique, ces deux équations contiennent les résultats

$$\vartheta_0^4(o) = 1 - \frac{8\, d\log}{d\log q}\left[(1-q^2)(1-q^6)(1-q^{10})\ldots(1+q)(1+q^3)(1+q^5)\ldots\right],$$

$$\vartheta_2^4(o) = \quad -\frac{8\, d\log}{d\log q}\left[\frac{(1-q)(1-q^3)(1-q^5)(1-q^7)\ldots}{(1+q)(1+q^3)(1+q^5)(1+q^7)\ldots}\right],$$

où l'on a

$$\vartheta_2^4(o) = \sum_{-\infty}^{+\infty}\sum_{-\infty}^{+\infty}\sum_{-\infty}^{+\infty}\sum_{-\infty}^{+\infty}(-1)^{a+b+c+d}\, q^{a^2+b^2+c^2+d^2},$$

$$\vartheta_2^4(o) = \sum_{-\infty}^{+\infty}\sum_{-\infty}^{+\infty}\sum_{-\infty}^{+\infty}\sum_{-\infty}^{+\infty} q^{\frac{1}{4}[(2a+1)^2+(2b+1)^2+(2c+1)^2+(2d+1)^2]}.$$

» Sous le point de vue analytique, ces trois équations différentielles coïncident avec celles marquées 3* dans le Mémoire de Jacobi, intitulé *Ueber die Differentialgleichung, welcher die Reihen*

$$1 \pm 2q \pm 2q^4 \pm 2q^9 \pm \ldots,$$

$$2\sqrt[4]{q} + \sqrt[4]{q^9} + \sqrt[4]{q^{25}} + \ldots$$

Genüge leisten (*Journal de Crelle*, t. 36, p. 97, *Œuvres*, t. II, p. 271). Ce sont les équations dont Jacobi s'est servi pour obtenir l'équation différentielle indiquée dans le titre du Mémoire. »

M. **Hermite** présente, au sujet de cette Note, la remarque suivante :

« Les équations de Jacobi, qui sont l'objet de la belle analyse qu'on vient de voir,

$$\frac{d\log\frac{k^2}{k'^2}}{d\log q}=\mathfrak{S}_3^4(q),\quad \frac{d\log\frac{1}{k'^2}}{d\log q}=\mathfrak{S}_2^4(q),\quad \frac{d\log k^2}{d\log q}=\mathfrak{S}_0^4(q),$$

résultent aussi de la formule fondamentale du grand géomètre

$$\int_0^x k^2\,\mathrm{sn}^2 x\,dx=\frac{\mathrm{J}x}{\mathrm{K}}-\frac{\Theta'(x)}{\Theta(x)}.$$

» Différentions et changeons successivement x en $x+\mathrm{K}$, $x+\mathrm{K}+i\mathrm{K}'$; on en tire d'abord

$$k^2\,\mathrm{sn}^2 x=\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}-\frac{\Theta''(x)}{\Theta(x)}+\frac{\Theta'^2(x)}{\Theta^2(x)},$$

$$\frac{k^2\,\mathrm{cn}^2 x}{\mathrm{dn}^2 x}=\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}-\frac{\Theta_1''(x)}{\Theta_1(x)}+\frac{\Theta_1'^2(x)}{\Theta_1^2(x)},$$

$$\frac{\mathrm{dn}^2 x}{\mathrm{cn}^2 x}=\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}-\frac{\mathrm{H}_1''(x)}{\mathrm{H}_1(x)}+\frac{\mathrm{H}_1'^2(x)}{\mathrm{H}_1^2(x)}.$$

» Soit maintenant $x=0$, le développement en série

$$\Theta\left(\frac{2\mathrm{K}x}{\pi}\right)=1-2q\cos 2x+2q^4\cos 4x-\ldots$$

donne immédiatement

$$\left(\frac{2\mathrm{K}}{\pi}\right)^2\Theta''(0)=4(2q-2.4q^4+2.9q^9-\ldots)=-4\,\frac{d\mathfrak{S}_0(q)}{d\log q},$$

de sorte qu'on peut écrire

$$\Theta''(0)=-\frac{4}{\mathfrak{S}_3^4(q)}\,\frac{d\mathfrak{S}_0(q)}{d\log q},$$

puis semblablement

$$\Theta_1''(0)=-\frac{4}{\mathfrak{S}_3^4(q)}\,\frac{d\mathfrak{S}_3(q)}{d\log q},$$

$$\mathrm{H}_2''(0)=-\frac{4}{\mathfrak{S}_3^4(q)}\,\frac{d\mathfrak{S}_2(q)}{d\log q}.$$

On obtient donc ainsi

$$0 = \frac{J}{K} + \frac{4}{\vartheta_3^4(q)} \frac{d \log \vartheta_0(q)}{d \log q},$$

$$k^2 = \frac{J}{K} + \frac{4}{\vartheta_3^4(q)} \frac{d \log \vartheta_3(q)}{d \log q},$$

$$1 = \frac{J}{K} + \frac{4}{\vartheta_3^4(q)} \frac{d \log \vartheta_2(q)}{d \log q};$$

et, en retranchant membre à membre,

$$1 - k^2 = \frac{4}{\vartheta_3^4(q)} \frac{d \log \dfrac{\vartheta_2(q)}{\vartheta_3(q)}}{d \log q}, \quad k^2 = -\frac{4}{\vartheta_3^4(q)} \frac{d \log \dfrac{\vartheta_0(q)}{\vartheta_3(q)}}{d \log q}$$

ou bien

$$k'^2 = \frac{1}{\vartheta_3^4(q)} \frac{d \log \left[\dfrac{\vartheta_2(q)}{\vartheta_3(q)}\right]^4}{d \log q} = \frac{1}{\vartheta_3^4(q)} \frac{d \log k^2}{d \log q},$$

$$k^2 = -\frac{1}{\vartheta_3^4(q)} \frac{d \log \left[\dfrac{\vartheta_0(q)}{\vartheta_3(q)}\right]^4}{d \log q} = -\frac{1}{\vartheta_3^4(q)} \frac{d \log k'^2}{d \log q}.$$

» Il suffit maintenant de chasser les dénominateurs, en employant les conditions

$$k^2 \vartheta_3^4(q) = \vartheta_2^4(q), \quad k'^2 \vartheta_3^4(q) = \vartheta_0^4(q),$$

pour trouver immédiatement deux des relations différentielles cherchées

$$\frac{d \log k^2}{d \log q} = \vartheta_0^4(q), \quad \frac{d \log k'^2}{d \log q} = -\vartheta_2^4(q),$$

et la troisième en résulte comme conséquence de l'identité

$$\vartheta_3^4(q) = \vartheta_0^4(q) + \vartheta_2^4(q). »$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un théorème de M.* Liouville. Note de M. STIELTJES, présentée par M. Hermite.

« Je me propose de montrer comment la théorie des fonctions elliptiques conduit au théorème de M. Liouville, qui a été l'objet de ma précédente Note.

» En désignant par K et E les intégrales complètes de première et de seconde espèce, les formules relatives au développement des fonctions de

seconde espèce donnent

$$(1) \qquad \frac{K(K-E)}{\pi^2} = 2\,\frac{q - 4q^4 + 9q^9 - 16q^{16} + 25q^{25} - \ldots}{1 - 2q + 2q^4 - 2q^9 + \ldots},$$

$$(2) \qquad \frac{4KE}{\pi^2} = 2\,\frac{q^{\frac{1}{4}} + 9q^{\frac{9}{4}} + 25q^{\frac{25}{4}} + \ldots}{q^{\frac{1}{4}} + q^{\frac{9}{4}} + q^{\frac{25}{4}} + \ldots}.$$

En remplaçant q par q^4 dans cette dernière équation, on trouvera

$$(3) \quad \Sigma x^2 q^{x^2} = \frac{K}{\pi^2}\sqrt{\frac{K}{2\pi}}\left[\frac{1-\sqrt{k'}}{2}E + \frac{\sqrt{k'}(1-k'\sqrt{k'})}{2}K\right] \qquad (x = 1, 3, 5, 7, \ldots).$$

Combinant cette formule avec (1), on aura

$$(4) \quad \Sigma y^2 q^{y^2} = \frac{K}{\pi^2}\sqrt{\frac{K}{2\pi}}\left[(1+\sqrt{k'})E - \sqrt{k'}(1+k'\sqrt{k'})K\right] \qquad (y = 0, \pm 2, \pm 4, \pm 6, \ldots),$$

et d'ailleurs, comme on sait,

$$(5) \qquad \Sigma q^{x^2} = \frac{1-\sqrt{k'}}{2}\sqrt{\frac{K}{2\pi}} \qquad (x = 1, 3, 5, 7, \ldots),$$

$$(6) \qquad \Sigma q^{y^2} = (1+\sqrt{k'})\sqrt{\frac{K}{2\pi}} \qquad (y = 0, \pm 2, \pm 4, \ldots).$$

Les formules (3), (4), (5), (6) donnent maintenant

$$\Sigma\Sigma(x^2 - y^2)q^{x^2+y^2} = \frac{K^3}{2\pi^3}k^2\sqrt{k'}$$

ou bien

$$(7) \qquad 16\,\Sigma\Sigma(x^2 - y^2)q^{x^2+y^2} = \frac{8K^3}{\pi^3}k^2\sqrt{k'} = \theta(q)\,\theta_2^4(q)\,\theta_3(q),$$

en posant

$$\theta\,(q) = 1 - 2q + 2q^4 - 2q^9 + \ldots = \sqrt{\frac{2k'K}{\pi}},$$

$$\theta_2(q) = 2q^{\frac{1}{4}} + 2q^{\frac{9}{4}} + \ldots = \sqrt{\frac{2kK}{\pi}},$$

$$\theta_3(q) = 1 + 2q + 2q^4 + 2q^9 + \ldots = \sqrt{\frac{2K}{\pi}}.$$

Or on connaît ce développement

$$\theta(q)\,\theta_2(q)\,\theta_3(q) = 2\left(q^{\frac{1}{4}} - 3q^{\frac{9}{4}} + 5q^{\frac{25}{4}} - \ldots\right),$$

et, d'après une formule due à M. Hermite,

$$\theta_2^3(q) = 8\sum_0^\infty F(8n+3)q^{\frac{8n+3}{4}}.$$

L'équation (7) peut donc s'écrire sous la forme suivante :

$$\Sigma(-1)^{\frac{x-1}{2}} x q^{\frac{x^2}{4}} \sum_0^\infty F(8n+3) q^{\frac{8n+3}{4}} = \Sigma\Sigma(x^2-y^2)q^{x^2+y^2},$$

où il faut poser $x = 1, 3, 5, 7, \ldots$ et $y = 0, \pm 2, \pm 4, \ldots$.

» Cette formule donne immédiatement le théorème de M. Liouville en comparant dans les deux membres les coefficients des mêmes puissances de q.

» Remarquons que les relations connues

$$\theta(q)\theta_3(q) = \theta^2(q^2) \quad \text{et} \quad \theta_2^2(q) = 2\theta_2(q^2)\theta_3(q^2)$$

donnent

$$\theta(q)\theta_2^4(q)\theta_3(q) = 4[\theta(q^2)\theta_2(q^2)\theta_3(q^2)]^2 = 16\left[\Sigma(-1)^{\frac{x-1}{2}} x q^{\frac{x^2}{2}}\right]^2.$$

On aurait donc pu établir la formule (7) un peu plus simplement en formant directement le carré de cette série $\Sigma(-1)^{\frac{x-1}{2}} x q^{\frac{x^2}{2}}$; mais les formules (3) et (4), dont nous nous sommes servi, peuvent être utiles dans d'autres cas.

» Ajoutons encore aux théorèmes déjà énoncés les trois suivants :

» Théorème V. — *Soit* N *un nombre positif de la forme* $8k+5$; *alors*

$$8\Sigma(-1)^{\frac{s-1}{2}} s F(4N - 2s^2) = \Sigma(x^2 - y^2).$$

» La sommation, dans le second membre, a rapport à toutes les solutions de l'équation $2N = x^2 + y^2$, x^2 étant un carré de la forme $16k+9$ et, par suite, y^2 un carré de la forme $8k+1$.

» Théorème VI. — *Soit* N *un nombre positif de la forme* $8k+1$; *alors*

$$2\Sigma(-1)^{\frac{s-1}{2}+\frac{s^2-1}{8}} s F(2N - s^2) = \Sigma(-1)^y (x^2 - 8y^2).$$

» La sommation, dans le second membre, doit s'étendre à toutes les solutions de l'équation $N = x^2 + 8y^2$, x étant positif et impair, y un nombre quelconque, positif, nul ou négatif.

» Théorème VII. — *Soit* N *un nombre de la forme* $8k+5$; *alors*

$$2\Sigma(-1)^{\frac{s-1}{2}+\frac{s^2-1}{8}} s\mathrm{F}(2\mathrm{N}-s^2)=\Sigma(x^2-y^2).$$

» La sommation, dans le second membre, doit s'étendre à toutes les solutions de l'équation $2\mathrm{N}=x^2+y^2$, x^2 étant un carré de la forme $8k+9$, y^2 un carré de la forme $8k+1$.

» Dans ces formules, le second membre devient égal à zéro toutes les fois qu'il n'y a pas de représentation de 2N ou de N par la forme indiquée. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les équations algébriques.* Note de M. **H. Poincaré**, présentée par M. Hermite.

« J'ai obtenu, au sujet de la règle des signes de Descartes, un résultat qui présente les plus grandes analogies avec un théorème important de M. Laguerre.

» Soit $\mathrm{F}(x)=0$ une équation algébrique qui a p racines positives. On peut toujours trouver un polynôme $\Phi(x)$ tel que le produit $\mathrm{F}.\Phi$ n'ait que p variations. Il en résulte, d'ailleurs, que l'équation $\Phi(x)=0$ n'a pas de racine positive.

» En effet, je puis mettre F sous la forme $\mathrm{F}_1\mathrm{F}_2\mathrm{F}_3\mathrm{F}_4$.

» F_1 est un produit de facteurs linéaires $x+a$, où a est réel positif.

» F_2 est un produit de facteurs quadratiques $x^2+2\alpha x+\beta^2$, où α et β sont réels positifs et α plus petit que β. Le produit $\mathrm{F}_1\mathrm{F}_2$ n'a évidemment pas de variations.

» F_3 est un produit de facteurs quadratiques $x^2-2\alpha x+\beta^2$, où α et β sont positifs et α plus petit que β. Je pourrai alors poser

$$\alpha=\beta\cos\varphi,$$

φ étant un angle compris dans le premier quadrant et tel, par conséquent, que $\cos\varphi$, $\sin\varphi$ et $\sin 2\varphi$ soient positifs. Soit n un nombre entier tel que $\sin\varphi$, $\sin 2\varphi$, $\sin 3\varphi$, ..., $\sin(n-1)\varphi$, $\sin n\varphi$ soient positifs et $\sin(n+1)\varphi$ négatif. Posons

$$\theta=\beta^{n-1}\sin\varphi+\beta^{n-2}x\sin 2\varphi+\beta^{n-3}x^2\sin 3\varphi+\ldots+x^{n-1}\sin n\varphi.$$

Le produit

$$\theta(x^2-2\alpha x+\beta^2)=\beta^{n+1}\sin\varphi-\beta x^n\sin(n+1)\varphi+x^{n-1}\sin n\varphi$$

n'a pas de variations. Si donc Φ_3 est le produit de tous les facteurs, tels que θ, le produit $F_1 F_2 F_3 \Phi_3 = \psi$ n'aura pas de variations. Supposons que ψ soit un polynôme d'ordre $q - 1$.

» Considérons maintenant le quatrième facteur de F, c'est-à-dire F_4; c'est un produit de facteurs linéaires de la forme $x - a$, a étant positif, et ces facteurs sont par hypothèse au nombre de p,

$$F_4 = (x - a_1)(x - a_2)\ldots(x - a_p).$$

» Posons

$$F_4 \Phi_4 = (x^q - a_1^q)(x^q - a_2^q)\ldots(x^q - a_q^p),$$

ce sera un polynôme de degré pq qui aura p variations et où manqueront les termes dont l'exposant n'est pas divisible par q. Le produit $\psi F_4 \Phi_4$ sera alors de degré $(p+1)q - 1$, et aura, par conséquent, $(p+1)q$ coefficients. Il est évident qu'on rencontrera successivement q coefficients positifs, puis q coefficients négatifs, puis q coefficients positifs et ainsi de suite, de sorte que le produit en question présentera p variations.

» Mais nous pouvons écrire

$$\psi F_4 \Phi_4 = F.\Phi, \quad \text{où} \quad \Phi = \Phi_3 \Phi_4.$$

» Le résultat énoncé est donc démontré. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Décomposition en éléments simples des fonctions doublement périodiques de troisième espèce* (¹). Note de M. **Appell**, présentée par M. Bouquet.

« Soit $\varphi(z)$ une fonction uniforme de z satisfaisant à deux relations de la forme

$$(1) \qquad \varphi(z + 2K) = e^{az+b}\varphi(z), \quad \varphi(z + 2iK') = e^{a'z+b'}\varphi(z);$$

on pourra toujours, en posant

$$f(z) = e^{\lambda z^2 + \lambda' z}\varphi(z)$$

déterminer λ et λ', de telle façon que l'on ait

$$(2) \qquad f(z + 2K) = f(z), \quad f(z + 2iK') = e^{Az+B}f(z),$$

(¹) Voir différentes Notes de M. Hermite dans les *Comptes rendus* des années 1861 et 1862. Voir aussi la Thèse d'Analyse présentée à la Faculté des Sciences de Paris par M. Biehler, avril 1879.

où la constante A est nécessairement de la forme $-\frac{m\pi i}{K}$, m désignant un entier positif négatif ou nul. Si l'on écarte l'hypothèse $m=0$ qui conduit aux fonctions doublement périodiques de première et de seconde espèce, la fonction $f(z)$ est, d'après la dénomination introduite par M. Hermite, une fonction doublement périodique de troisième espèce. Si l'on pose alors

$$z = x + \frac{BK}{m\pi i}, \quad F(x) = f\left(x + \frac{BK}{m\pi i}\right),$$

cette fonction $F(x)$ vérifie les deux relations

$$(3) \qquad F(x+2K) = F(x), \quad F(x+2iK') = e^{-\frac{m\pi x i}{K}} F(x).$$

» En supposant que la fonction $F(x)$ ne possède à distance finie d'autres points singuliers que des pôles du premier ordre, nous allons indiquer une décomposition de cette fonction en une somme composée d'éléments simples n'ayant chacun qu'un pôle dans un parallélogramme des périodes $2K$, $2iK'$ et d'une partie entière s'il y a lieu; décomposition dont la possibilité est certaine *a priori* d'après le théorème de M. Mittag-Leffler. Le cas où la fonction F admet des pôles d'ordre quelconque ou des points singuliers essentiels isolés peut être traité par les mêmes méthodes. Les éléments de la décomposition ont des propriétés différentes suivant que m est positif ou négatif.

» I. Soit d'abord $m > 0$; on peut alors prendre pour élément de décomposition la fonction

$$\psi_m(x, \alpha) = e^{\frac{m\pi(x-\alpha)i}{2K}} \frac{H'(0)}{H(x-\alpha)} \frac{H(x-a_1)H(x-a_2)\ldots H(x-a_{m+1})}{H(\alpha-a_1)H(\alpha-a_2)\ldots H(\alpha-a_{m+1})},$$

les lettres $a_1, a_2, \ldots, a_m$ désignant des constantes arbitraires et a_{m+1} étant déterminée par la relation

$$a_{m+1} = \alpha + mK - a_1 - a_2 - \ldots - a_m.$$

» Cette fonction $\psi_m(x, \alpha)$, considérée comme fonction de x, admet pour pôles simples le point α et ses homologues, avec le résidu $+1$ au pôle α; de plus, elle vérifie les deux relations

$$\psi_m(x+2K, \alpha) = \psi_m(x, \alpha), \quad \psi_m(x+2iK', \alpha) = e^{-\frac{m\pi x i}{K}} \psi_m(x, \alpha).$$

» Supposons alors que la fonction proposée $F(x)$, qui satisfait aux relations (3), admette dans un parallélogramme des périodes les p pôles simples

$\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_p$ avec les résidus respectifs $R_1, R_2, \ldots, R_p$. La formule de décomposition cherchée sera

$$(4)\quad F(x) = R_1\psi_m(x, \alpha_1) + R_2\psi_m(x, \alpha_2) + \ldots + R_p\psi_m(x, \alpha_p) + G(x),$$

où $G(x)$ est une *fonction entière* satisfaisant à ces mêmes relations (3), fonction qui est composée linéairement à l'aide de m fonctions entières connues. On obtient cette formule (4) et l'on détermine en même temps $G(x)$ en remarquant que le produit $F(\alpha)\psi_m(x, \alpha)$ est une fonction doublement périodique de α et en écrivant que la somme des résidus de cette fonction, relatifs aux pôles situés dans un parallélogramme des périodes, est égale à zéro.

» II. Soit maintenant $m < 0$. Dans ce cas il se présente des circonstances entièrement différentes; pour plus de simplicité, je n'examinerai ici que le cas de $m = -1$, en me réservant de traiter autre part le cas général. La fonction $F(x)$ à décomposer en éléments simples vérifie alors les deux équations

$$(5)\qquad F(x + 2K) = F(x), \quad F(x + 2iK') = e^{\frac{n\pi x i}{K}} F(x);$$

cette fonction ne peut pas être holomorphe; si elle est méromorphe, le nombre de ses infinis dans un parallélogramme des périodes surpasse d'une unité le nombre de ses zéros. Il conviendra, dans ce cas, de prendre pour élément de décomposition la fonction

$$(6)\qquad \chi(x, \alpha) = \frac{\pi i}{2K} \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \frac{e^{\frac{\pi(x-\alpha)i}{K}} + q^{2n}}{e^{\frac{\pi(x-\alpha)i}{K}} - q^{2n}} e^{\frac{n\pi\alpha i}{K}} q^{n(n-1)},$$

où $q = e^{-\pi\frac{K'}{K}}$. Cette fonction $\chi(x, \alpha)$ de la variable x admet comme pôles simples le point α et ses homologues, avec le résidu $+1$ au point α; elle possède la période $2K$ et vérifie en outre la relation

$$(7)\qquad \chi(x + 2iK', \alpha) = e^{\frac{\pi x i}{K}} \chi(x, \alpha) - \left(1 + e^{\frac{\pi x i}{K}}\right) g(\alpha),$$

où $g(\alpha)$ désigne la fonction entière de α

$$(8)\qquad g(\alpha) = \frac{\pi i}{2K} \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} e^{\frac{n\pi\alpha i}{K}} q^{n(n-1)} = \frac{\pi i}{2K} \frac{1}{\sqrt[4]{q}} e^{\frac{\pi\alpha i}{2K}} H_1(\alpha).$$

» Cela posé, soient, dans un parallélogramme des périodes, α_1, $\alpha_2, \ldots, \alpha_p$ les pôles supposés simples de la fonction $F(x)$ vérifiant les

équations (5), et $R_1, R_2, \ldots, R_p$ les résidus correspondants; ces résidus vérifient la relation

$$(9) \qquad R_1 g(\alpha_1) + R_2 g(\alpha_2) + \ldots + R_p g(\alpha_p) = 0,$$

qui exprime que la somme des résidus de la fonction doublement périodique $F(x) g(x)$ est nulle. La formule de décomposition cherchée est alors

$$(10) \qquad F(x) = R_1 \chi(x, \alpha_1) + R_2 \chi(x, \alpha_2) + \ldots + R_p \chi(x, \alpha_p).$$

» Cette formule peut être démontrée directement; on l'obtient aussi en remarquant que le produit $F(\alpha)\chi(x, \alpha)$ est une fonction doublement périodique de α et en écrivant que la somme des résidus de cette fonction dans un parallélogramme des périodes est égale à zéro. Il est à remarquer que la fonction $\chi(\alpha, x)$ pourrait aussi servir d'élément de décomposition lorsque $m = +1$.

» Les considérations précédentes peuvent être appliquées à des fonctions d'un point analytique (x, y) formées par des quotients de produits de fonctions $\Theta[u^{(i)}(x, y) - h_i]$. »

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Démonstration des propriétés fondamentales du système de coordonnées polaires géodésiques.* Note de M. G. **Ossian-Bonnet**.

« Nous nous proposons de donner des propriétés, dues à Gauss et relatives au système de coordonnées polaires géodésiques, des démonstrations directes et simples. Nous conserverons les notations employées dans une Note précédente et nous poserons en outre, d'une manière générale,

$$\varphi(x) + \varphi(y) + \varphi(z) = \Sigma \varphi(u),$$

x, y, z étant les coordonnées cartésiennes rectangulaires d'un point quelconque de la surface.

» Occupons-nous d'abord de la première propriété.

» Je différentie par rapport à r l'expression $\sum \frac{\partial u}{\partial r} \frac{\partial u}{\partial \omega}$; il vient

$$\sum \frac{\partial u}{\partial \omega} \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \sum \frac{\partial u}{\partial r} \frac{\partial^2 u}{\partial \omega\, \partial r}.$$

Une interprétation géométrique facile montre que la première partie est

nulle; la deuxième, qui revient à $\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial\omega}\sum\left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)^2$, est aussi nulle; donc on peut déjà poser

$$\sum \frac{\partial u}{\partial r}\frac{\partial u}{\partial \omega} = \frac{\partial c}{\partial \omega}\cos i = \mathrm{F}(\omega),$$

ce qui donne, $\frac{\partial c}{\partial \omega}$ étant positif,

$$\frac{\partial c}{\partial \omega} > +\sqrt{\mathrm{F}^2(\omega)},$$

et, en intégrant par rapport à ω de zéro à 2π,

$$\mathrm{C} > \int_0^{2\pi} + \sqrt{\mathrm{F}^2(\omega)}\, d\omega;$$

mais C devient nul en même temps que r; cela ne peut être qu'autant que $\mathrm{F}(\omega)$ est nul, ce qu'il fallait démontrer.

» Passons à la deuxième propriété. Je pars de la relation

$$\left(\frac{\partial c}{\partial \omega}\right)^2 = \sum\left(\frac{\partial u}{\partial \omega}\right)^2,$$

et j'en déduis par deux différentiations successives, par rapport à r,

$$\frac{\partial^2 c}{\partial\omega\,\partial r} = \sum \frac{\frac{\partial u}{\partial \omega}}{\frac{\partial c}{\partial \omega}}\,\frac{\partial^2 u}{\partial\omega\,\partial r},$$

$$\frac{\partial^3 c}{\partial\omega\,\partial r^2} = \sum \frac{\frac{\partial u}{\partial \omega}}{\frac{\partial c}{\partial \omega}}\,\frac{\partial^3 u}{\partial\omega\,\partial r^2} + \sum \frac{\partial^2 u}{\partial\omega\,\partial r}\,\frac{\partial}{\partial r}\,\frac{\frac{\partial u}{\partial \omega}}{\frac{\partial c}{\partial \omega}};$$

mais

$$\frac{\partial^2 u}{\partial\omega\,\partial r} = \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\partial c}{\partial \omega}\,\frac{\frac{\partial u}{\partial \omega}}{\frac{\partial c}{\partial \omega}}\right) = \frac{\partial c}{\partial \omega}\,\frac{\partial}{\partial r}\,\frac{\frac{\partial u}{\partial \omega}}{\frac{\partial c}{\partial \omega}} + \frac{\frac{\partial u}{\partial \omega}}{\frac{\partial c}{\partial \omega}}\,\frac{\partial^2 c}{\partial\omega\,\partial r};$$

donc

$$\sum \frac{\partial^2 u}{\partial\omega\,\partial r}\,\frac{\partial}{\partial r}\,\frac{\frac{\partial u}{\partial \omega}}{\frac{\partial c}{\partial \omega}} = \frac{\partial c}{\partial \omega}\sum\left(\frac{\partial}{\partial r}\,\frac{\frac{\partial u}{\partial \omega}}{\frac{\partial c}{\partial \omega}}\right)^2 + \frac{\partial^2 c}{\partial\omega\,\partial r}\sum \frac{\frac{\partial u}{\partial \omega}}{\frac{\partial c}{\partial \omega}}\,\frac{\partial}{\partial r}\,\frac{\frac{\partial u}{\partial \omega}}{\frac{\partial c}{\partial \omega}} - \frac{\partial c}{\partial \omega}\,\frac{1}{p^2},$$

en appelant $\frac{1}{p}$ la torsion de la ligne géodésique $\omega = \text{const.}$, torsion qui est égale, ici, à la torsion géodésique correspondante et a, par conséquent,

pour valeur $-\sin\alpha\cos\alpha\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{R'}\right)$, en appelant R et R′ les rayons de courbure principaux et α l'angle sous lequel la ligne géodésique coupe la section principale correspondante au rayon de courbure R. D'autre part,

$$\frac{\frac{\partial u}{\partial\omega}}{\frac{\partial c}{\partial\omega}}\frac{\partial^3 u}{\partial\omega\,\partial r^2}=\frac{\partial}{\partial\omega}\left(\frac{\frac{\partial u}{\partial\omega}}{\frac{\partial c}{\partial\omega}}\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}\right)-\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}\frac{\partial}{\partial\omega}\frac{\frac{\partial u}{\partial\omega}}{\frac{\partial c}{\omega}};$$

d'où

$$\sum\frac{\frac{\partial u}{\partial\omega}}{\frac{\partial c}{\partial\omega}}\frac{\partial^3 u}{\partial\omega\,\partial r^2}=\frac{\partial}{\partial\omega}\sum\frac{\frac{\partial u}{\partial\omega}}{\frac{\partial c}{\partial\omega}}\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}-\sum\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}\frac{\partial}{\partial\omega}\frac{\frac{\partial u}{\partial\omega}}{\frac{\partial c}{\partial\omega}}$$

$$=-\frac{\frac{\partial c}{\partial\omega}}{\rho}\frac{\cos\theta}{\rho'_1}=-\frac{\frac{\partial c}{\partial\omega}}{\rho\rho_1},$$

en appelant $\frac{1}{\rho}$ la courbure de la ligne géodésique $\omega=$ const., qui est ici la courbure normale de la section correspondante; $\frac{1}{\rho'_1}$ la courbure de la circonférence géodésique $r=$ const.; θ l'angle que la normale principale de cette circonférence fait avec la normale principale à la courbe géodésique $\omega=$ const., c'est-à-dire avec la normale à la surface; et enfin $\frac{1}{\rho'_1}$ la courbure de la section normale tangente à la circonférence géodésique $r=$ const.

» Cela étant, nous avons

$$\frac{\partial^3 c}{\partial\omega\,\partial r^2}=-\frac{\partial c}{\partial\omega}\left[\left(\frac{\cos^2\alpha}{R}+\frac{\sin^2\alpha}{R'}\right)\left(\frac{\sin^2\alpha}{R}+\frac{\cos^2\alpha}{R'}\right)-\sin^2\alpha\cos^2\alpha\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{R'}\right)^2\right]=-\frac{\partial c}{\partial\omega}\frac{1}{RR'}.\text{ »}$$

GÉOMÉTRIE. — *Sur un mode de génération des ovales de Descartes proposé par Chasles.* Note de M. **Maurice d'Ocagne**, présentée par M. L. Lalanne.

« M. Chasles, dans la Note XXI de son *Aperçu historique,* indique plusieurs transformations qui conduisent à des ovales de Descartes. Il fait connaître, en particulier, le mode de génération suivant :

» ρ et ω étant les coordonnées d'un point M pris sur un cercle qu'on

rapporte à un système quelconque de coordonnées polaires, on prend le point M_1 défini par $\rho_1 = \frac{\rho^2}{a}$ et $\omega_1 = 2\omega$, a étant une constante ; le lieu du point M_1 est un ovale de Descartes dont un foyer est au point O, origine des coordonnées et pôle de la transformation.

» L'illustre géomètre se contente d'énoncer ce fait. S'il avait jugé pouvoir s'y arrêter un instant, il l'aurait certainement complété en ajoutant que *cette transformation ne conduit point à des ovales quelconques, ayant leurs trois foyers distincts, mais à des ovales à foyer double, c'est-à-dire à des limaçons de Pascal,* espèce de courbe qui n'est qu'un cas particulier des ovales de Descartes, comme il l'a remarqué le premier.

» C'est ce qui résulte du théorème suivant, auquel nous avons été conduit par une analyse directe, développée dans un Mémoire que nous allons publier sur ce sujet :

» *L'ovale, qui est le transformé d'un cercle quelconque, de centre* C, *a un foyer double provenant de la superposition des transformés des deux points où le cercle de centre* O, *orthogonal au cercle donné, coupe la droite* OC.

» Ces deux points peuvent d'ailleurs être réels ou imaginaires (suivant que le point O est extérieur ou intérieur au cercle donné); leur transformé est toujours réel.

» Laissant de côté la détermination géométrique du foyer double, qui résulte du théorème précédent, on peut se rendre compte *a priori* de l'existence de ce foyer par la remarque suivante : si le point M est représentatif de $z = x + y\sqrt{-1}$, le point M_1 est représentatif de $\frac{z^2}{a}$; la courbe (M_1) se déduit donc de la courbe (M) par la substitution de $\sqrt{az}$ à z dans l'équation en z de celle-ci ; par suite, si la courbe (M) est unicursale, la courbe (M_1) le sera aussi : c'est ce qui a lieu, en particulier, quand la courbe (M) est un cercle; la courbe (M_1) étant alors un ovale unicursal, on sait, d'après M. Darboux, que cette courbe est un limaçon de Pascal, c'est-à-dire un ovale à foyer double.

» En se fondant sur la transformation de Chasles, que nous venons de rappeler, on ne démontre donc pas des propriétés des ovales, en général, mais des propriétés du limaçon de Pascal ; nous avons obtenu par ce procédé un certain nombre de théorèmes relatifs à cette courbe, que nous développerons dans le Mémoire dont il a été parlé plus haut. »

CHALEUR. — *Sur la mesure des chaleurs spécifiques et des conductibilités.* Note de M. **Morisot**, présentée par M. Desains.

« Dans une Note présentée à l'Académie le 5 avril 1880, et, plus tard, dans une Thèse soutenue devant la Faculté de Paris (29 juillet 1882), j'ai exposé les premiers résultats de l'étude que je poursuis sur la variation des températures de deux corps en présence.

» Entre autres données de ce travail, je dois rappeler la formule qui représente la marche des températures de deux corps homothermes. Désignant par x la température du corps froid, et par y celle du corps chaud, on a

$$(1)\quad \begin{cases} y = \mathrm{P}e^{-mt} + \mathrm{Q}e^{-nt}, \\ x = \mathrm{M}e^{-mt} - \mathrm{N}e^{-ni}. \end{cases}$$

M, N, P, Q, m, n sont des paramètres constants. J'avais admis la température de l'enceinte maintenue à 0°, comme *aussi celle de l'air ambiant.*

» Beaucoup d'expériences (*voir* la Thèse rappelée ci-dessus) ont donné des résultats concordant à $\frac{1}{100}$ de degré près, et pendant trente minutes environ, avec les valeurs calculées. Toutefois, en poursuivant les observations pendant un temps trois ou quatre fois plus long, comme je l'ai fait depuis, j'ai constaté un écart atteignant quelquefois $\frac{5}{100}$ de degré, c'est-à-dire beaucoup trop grand pour les applications que je veux faire de ma méthode. J'ai donc cherché une représentation plus exacte du phénomène naturel; c'est le résultat de ces nouvelles recherches que j'ai l'honneur de présenter à l'Académie.

» I. La marche des températures concorde pendant une centaine de minutes, à moins de $\frac{1}{100}$ de degré près, avec les valeurs déduites des formules

$$(2)\quad \begin{cases} y = \mathrm{K} + \mathrm{P}e^{-mt} + \mathrm{Q}e^{-nt}, \\ x = \mathrm{H} + \mathrm{M}e^{-mt} - \mathrm{N}e^{-nt}. \end{cases}$$

» Ces formules diffèrent des premières par l'introduction des constantes H et K et par les valeurs numériques des paramètres M, N, P, Q, m et n.

» II. Cette marche des températures répond à la modification suivante introduite dans les hypothèses fondamentales. Admettons que l'air en contact avec le corps froid, au lieu d'être à 0° comme l'enceinte, ait une

température constante a. Il y aura lieu de distinguer alors pour ce corps froid une première déperdition (ρ) par rayonnement, et une seconde (σ) par contact avec l'air. De même, le corps chaud qui touche de l'air à la température supposée constante b aura une première déperdition (ε) par rayonnement, et une seconde (φ) par contact avec l'air. Les équations différentielles deviennent alors

$$(3) \quad \begin{cases} -\frac{dy}{dt} = \frac{\lambda}{C}(y-x) + \frac{\varphi}{C}(y-b) + \frac{\varepsilon}{C}y, \\ -\frac{dx}{dt} = \frac{\sigma}{F}(x-a) + \frac{\rho}{F}x - \frac{\lambda}{F}(y-x). \end{cases}$$

Or ces équations donnent, par intégration, des fonctions y et x de la forme (2) indiquée par l'observation.

» III. J'ai fait la vérification directe suivante. Un thermomètre placé dans l'air ambiant, entre le corps froid et l'enceinte maintenue à 0°, indique d'abord un échauffement peu rapide, puis une température stationnaire très basse, et enfin un refroidissement extrêmement lent. Ces faibles variations, s'appliquant à la très petite masse de l'air, justifient la petitesse de l'erreur commise en admettant a et b constants. J'ai, du reste, effectué les calculs complets, en admettant, par exemple, a variable. Ils sont beaucoup plus longs sans donner un accord plus grand avec l'expérience. Je pense donc qu'il faut se contenter des formules (2).

» IV. Les calculs qui donnent les chaleurs spécifiques C et F et la conductibilité λ conservent la même forme qu'avec les formules (1). Quant à la détermination des paramètres à l'aide des observations, voici la marche très simple que je suis ordinairement.

Soient quatre groupes d'observations simultanées

$$x_0,\ y_0 - x_1,\ y_1 - x_2,\ y_2 - x_3,\ y_3,$$

faites à des intervalles de temps égaux à ψ. On a

$$\frac{C}{F} = \frac{(x_1-x_2)^2 + (x_1-x_0)(x_2-x_3)}{(y_1-y_2)^2 - (y_0-y_1)(y_2-y_3)}.$$

Chaque valeur différente de ψ fournit une détermination de $\frac{C}{F}$. On tire donc d'une même expérience des résultats qui peuvent être assez nombreux et donner une moyenne d'autant plus probable qu'ils sont plus concordants.

» Ce calcul suffit pour déterminer les valeurs spécifiques. Si l'on veut,

de plus, la conductibilité et les autres éléments physiques, on choisi pour calculer les paramètres, la valeur ψ qui donne pour $\frac{C}{F}$ le nombre le plus voisin de la moyenne générale. On emploie ensuite ces paramètres comme je l'ai indiqué dans ma première Note et dans ma Thèse. »

OPTIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *Sur une méthode pratique pour la comparaison photométrique des sources usuelles diversement colorées.* Note de M. J. Macé de Lépinay, présentée par M. Desains.

« Le problème dont je me suis proposé de donner une solution pratiqu est l'un de ceux qui ont été posés par le Congrès international des électriciens [1].

» La comparaison photométrique directe de deux sources diversemen t colorées est toujours possible [2]. Elle est même relativement facile dans le cas des sources usuelles, dont les colorations ne sont jamais extrêmement différentes. Mais, même dans ce cas, elle exige une certaine habitude, une certaine éducation de l'œil : c'est là un grave inconvénient, que je me suis proposé de faire disparaître.

» Je m'appuie à cet effet sur la loi suivante, énoncée par Becquerel [3] et qui a servi de point de départ à M. Crova dans ses recherches sur la mesure optique des hautes températures [4] :

» *Quand des corps de même température et de pouvoirs émissifs différents sont placés dans une enceinte obscure, ils émettent des lumières d'intensités très différentes, mais de même composition.*

» Cette loi, ainsi que M. Crova l'a fait remarquer, est directement applicable aux sources lumineuses usuelles, qui, toutes, sont constituées par des particules solides rendues incandescentes par la haute température à laquelle elles sont portées.

» Soit dès lors I l'intensité [5] de l'une de ces sources, déduite de sa

---

(1) *Comptes rendus des séances du Congrès*, p. 150.

(2) Voir *Annales de Chimie et de Physique*, 5e série, t. XXIV, 1881, et t. XXX, 1883; *Journal de Physique*, 2e série, t. II, p. 64; 1883.

(3) *La Lumière*, t. I, p. 78.

(4) *Annales de Chimie et de Physique*, 5e série, t. XIX, 1880.

(5) On est en droit d'employer l'expression d'*intensité*, car je me suis assuré à plusieurs reprises que l'intensité du phénomène de Purkinje (*Journal de Physique*, *loc. cit.*) est nulle ou du moins inappréciable, même dans le cas le plus défavorable, de la radiation solaire comparée à l'étalon Carcel.

comparaison directe avec l'étalon Carcel. Désignons, d'autre part, par R l'intensité, mesurée au spectrophotomètre, de l'une de ses radiations rouges, de longueur d'onde déterminée, rapportée à celle de la radiation de même espèce de l'étalon Carcel, et par V l'intensité, définie de même, de l'une de ses radiations vertes. Si l'on substitue à cette première source une autre de même température, les trois quantités I, V et R resteront proportionnelles, et par suite, pour toutes ces sources, les deux rapports $\frac{I}{R}$ et $\frac{V}{R}$ conserveront les mêmes valeurs.

» Si nous imaginons, d'autre part, que la température de la source étudiée vienne à varier d'une manière continue, il en sera de même de la composition de la radiation qu'elle émet, et, par suite, les deux rapports $\frac{I}{R}$ et $\frac{V}{R}$ varieront d'une manière continue. On est donc en droit de poser

$$\frac{I}{R} = f\left(\frac{V}{R}\right). \tag{1}$$

» Supposons dès lors que, par un nombre suffisant d'expériences, on soit parvenu à déterminer la nature de cette fonction, $f\left(\frac{V}{R}\right)$: il suffira, pour pouvoir calculer au moyen de l'équation (1) l'intensité d'une source usuelle quelconque, de mesurer R et V :

» *Il est donc possible de substituer à la mesure directe de l'intensité d'une source deux mesures d'intensités de radiations de même espèce.*

» Sous la forme indiquée, toutefois, la solution du problème ne serait pas encore pratique, car elle nécessiterait l'emploi, toujours délicat, d'un spectrophotomètre. Mais l'exactitude du raisonnement subsiste tout entière si nous substituons aux mesures relatives, comme on l'a supposé à des radiations de longueur d'onde déterminées, dans le rouge et dans le vert, des mesures effectuées au moyen du photomètre Foucault, en observant les ombres au travers de deux dissolutions, l'une rouge, l'autre verte, à la condition : 1° qu'elles soient toujours employées dans le même état de concentration et sous la même épaisseur; 2° qu'elles fournissent des radiations sensiblement simples, de telle sorte que, dans tous les cas (par exemple celui

---

(1) Une erreur de 1° ou 2° B. en plus ou en moins sur le degré de concentration de l'une ou de l'autre de ces dissolutions n'a aucune influence appréciable.

de la radiation solaire comparée à l'étalon Carcel), les deux surfaces comparées soient de même coloration.

» Les dissolutions qui m'ont paru remplir le mieux les conditions énoncées sont : une dissolution de perchlorure de fer pur, dans l'eau, à 38° B., et une dissolution de chlorure de nickel pur, dans l'eau, à 18° B. [1].

» En vue de déterminer par l'expérience la fonction $f\left(\frac{V}{R}\right)$, qui figure dans l'équation (1), on a effectué 52 mesures, en comparant successivement à l'étalon Carcel une lampe modérateur à cheminée droite, une lampe modérateur à cheminée coudée, une lampe à pétrole, la lumière Drummond, et enfin la lumière solaire, diffusée par un écran blanchi au sulfate de baryte. Ces dernières expériences ont été effectuées au voisinage du solstice d'été [1].

» Ne pouvant entrer ici dans le détail, ni des expériences, ni des calculs (effectués par la méthode des moindres carrés), je me contenterai d'indiquer la formule suivante, qui résume l'ensemble de toutes ces mesures :

$$\frac{R}{I} - 1 = 0,208\left(1 - \frac{V}{R}\right).$$

» C'est au moyen de cette formule qu'a été calculé le Tableau numérique suivant, parfaitement suffisant pour toutes les applications :

$\frac{V}{R}$.	$\frac{I}{R}$.	$\frac{V}{R}$.	$\frac{I}{R}$.
0,8	0,96	2,0	1,26
1,0	1,00	2,2	1,33
1,2	1,04	2,4	1,41
1,4	1,09	2,6	1,50
1,6	1,14	2,8	1,60
1,8	1,20		

» Pour montrer le degré d'exactitude que comporte la méthode proposée, je citerai tout d'abord les résultats d'une expérience de vérification, faite sur une lampe à incandescence de Schwann, de 12 volts ($i = 0^{amp},95$); on a trouvé $V = 0,167$ et $R = 0,184$. On en déduit, pour $\frac{V}{R} = 0,908$, $\frac{I}{R} = 0,98$,

---

[1] Toutes ces expériences ont été faites en partant du principe des clartés égales (ombres de même clarté). Je me propose de les reprendre en prenant pour point de départ le principe des acuïtés visuelles égales (voir *Journal de Physique, loc. cit.*).

et, par suite, $I = 0,180$: l'expérience directe a donné $I = 0,182$. Citons encore les résultats obtenus dans l'une des expériences, prise au hasard, relatives à la lumière Drummond. On a trouvé $V = 6,59$ et $R = 5,04$, d'où $\frac{V}{R} = 1,31$, et, par suite, $\frac{I}{R} = 1,07$ et $I = 5,39$. La mesure directe a donné $I = 5,43$. Les divergences, dans d'autres expériences, ont parfois été plus considérables, mais, même dans le cas du Soleil, elles n'ont jamais dépassé $\frac{1}{60}$. »

OPTIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *Influence de la couleur sur la perception des différences de clarté*. Note de M. **Aug. Charpentier**, présentée par M. Vulpian.

« Plusieurs auteurs ont déjà essayé de déterminer la sensibilité de l'œil aux différences de clarté pour les diverses espèces de lumière simple, mais ils ont obtenu des résultats contradictoires.

» Une observation générale peut être présentée à ce sujet, c'est que, dans ces recherches, il est indispensable de donner aux couleurs employées *la même intensité lumineuse;* comme je l'ai encore prouvé récemment, l'éclairage absolu a sur la sensibilité différentielle une influence très considérable, et si l'on fait des expériences avec des couleurs d'intensité relative quelconque et indéterminée, on obtient, comme cela est arrivé, des résultats qui ne peuvent être comparables.

» Je me suis moi-même occupé de cette question durant cette année, et j'ai déjà communiqué certains résultats touchant la distinction des surfaces colorées sur fond blanc (9 avril 1883). Voici maintenant ceux qui concernent la perception des différences de clarté sur fond de même couleur que l'objet [1]. Je me suis servi du photoptomètre différentiel dont j'ai indiqué le principe dans la dernière séance.

» J'ai pris, comme unité d'intensité lumineuse de chaque couleur, l'intensité nécessaire et suffisante pour produire une sensation lumineuse, en d'autres termes, le *minimum perceptible* (déterminé après vingt minutes de séjour dans l'obscurité). Il m'était facile, en éloignant suffisamment les sources lumineuses par rapport à l'instrument, de faire correspondre cette unité d'intensité lumineuse avec l'unité d'ouverture des diaphragmes graduateurs. L'objet à distinguer du fond était un carré de $0^m,007$ de côté, la

---

[1] Voir *Société des Sciences de Nancy*, 3 juillet 1883.

distance à l'œil, $0^m,20$. Les sources lumineuses étaient deux lampes Carcel. Les couleurs rouge, vert, bleu étaient obtenues par l'interposition des verres colorés définis dans ma Note du 23 avril 1883 ([1]). Le jaune était obtenu par l'interposition d'une solution de teinture de curcuma étendue d'alcool et recouverte elle-même par un verre spécial de couleur vert clair, absorbant le rouge extrême et la région bleue; il restait la région jaune presque pure.

» J'ai d'abord comparé ces couleurs deux à deux sous la même intensité lumineuse, et j'ai vu que la perception des différences de clarté était plus facile pour le rouge que pour le jaune, pour le jaune que pour le vert, pour le vert que pour le bleu. La fraction différentielle augmente, en d'autres termes, avec la réfrangibilité des couleurs.

» J'ai répété ces expériences en prenant chaque couleur une à une et déterminant la valeur de la sensibilité différentielle pour différents degrés d'intensité lumineuse de cette couleur. En dressant la courbe des résultats obtenus, j'ai pu comparer entre elles les courbes fournies par les diverses couleurs et par la lumière Carcel pure. Cette comparaison confirme absolument la loi précédemment établie.

» De plus, ces résultats concordent avec ceux que j'ai communiqués précédemment pour la lumière blanche (10 décembre 1883), en ce qu'ils montrent la grande influence qu'exerce la clarté absolue du fond sur la perception des différences d'intensité; la fraction différentielle a toujours varié en raison inverse de *la racine carrée* de l'éclairage. Dans ces conditions, il est difficile de donner des valeurs types à la fraction différentielle caractérisant chaque couleur; mais on peut établir les lois suivantes :

» *Pour des intensités lumineuses semblables et pour un même objet d'expérience, la sensibilité différentielle dépend étroitement de la couleur* (*ou de la longueur d'onde*).

» *La sensibilité différentielle est plus délicate* (*ou la fraction différentielle moins élevée*) *pour les couleurs les moins réfrangibles*.

» A clarté égale, *c'est donc dans les couleurs les moins réfrangibles que nous distinguerons le mieux les formes des objets* ([2]).

([1]) Rouge, longueur d'onde moyenne, $0^\mu,650$; jaune, $0^\mu,580$; vert, $0^\mu,532$; bleu, $0^\mu,460$.

([2]) Comparer la loi énoncée récemment par MM. Macé de Lépinay et Nicati : *La distinction nette des objets est presque exclusivement due à l'éclairage produit par la moitié la moins réfrangible du spectre normal.* Ces auteurs attribuent une valeur constante à la fraction différentielle dans le rouge, l'orangé, le jaune, jusqu'au vert de longueur d'onde de $0^\mu,537$, puis une valeur graduellement croissante jusqu'à l'extrémité du spectre.

» *La sensibilité différentielle pour la lumière de la lampe Carcel est intermédiaire entre celle du jaune et celle du vert.*

» Ces expériences sont longues et délicates; de plus, elles exigent l'usage de *lumières constantes;* c'est ce qui explique que je n'aie pu faire usage de rayons spectraux; à Nancy, le Soleil est fréquemment masqué, et l'on ne peut jamais compter sur la constance de son éclat; d'autre part, je ne connais pas de source intense et constante pouvant donner un spectre utilisable avec ma méthode. »

CHIMIE. — *Recherches sur la durée de la solidification du soufre surfondu* (suite). Note de M. D. GERNEZ, présentée par M. Debray.

« Les expériences dont j'ai indiqué les principaux résultats dans une Communication récente ([1]) ont été réalisées toutes sur du soufre octaédrique qui n'avait pas encore été liquéfié. Considérons ce qui arrive lorsque le soufre sur lequel on opère a déjà été fondu et solidifié.

» 1° Soit d'abord du soufre qui a une fois éprouvé la fusion et dans lequel on a fait naître des octaèdres dont la durée de développement est, pour 10^{mm}, $1^m 9^s$ (si le soufre a été chauffé 5^m à 129°,5, puis refroidi pendant 8^m à 100°,5). En recommençant l'expérience sur ces octaèdres et faisant ainsi sept fusions et solidifications successives dans les mêmes conditions, on trouve $1^m 33^s$, $2^m 2^s$, $2^m 19^s$, $2^m 15^s$, $2^m 10^s$, $2^m 25^s$. L'examen de ces nombres fait voir que la durée de la solidification augmente dans les premières opérations, de manière à devenir à peu près double de la valeur initiale : c'est l'indice d'une modification qui rend le soufre moins apte à donner des octaèdres. Mais, à partir de trois opérations, l'effet produit ne s'accentue pas davantage; la durée de la solidification reste sensiblement constante. Les octaèdres sont, pour toutes les opérations suivantes, également aptes à donner des octaèdres, tandis que, dans le cas de la solidification des prismes, nous avons constaté que les fusions et solidifications successives avaient pour effet de rendre de plus en plus lente la production des prismes.

» 2° Prenons maintenant un tube en U dans lequel, par plusieurs cristallisations en octaèdres, le soufre a été amené à l'état de stabilité que caractérise une vitesse constante de solidification, transformons le soufre de l'une des branches en prismes pendant que nous produisons des oc-

([1]) *Comptes rendus*, p. 1367.

taèdres dans l'autre : chauffons alors le soufre 5^m à $129°,5$, portons-le dans le bain de surfusion à $100°,5$, et, après 8^m, mesurons la durée d'accroissement des octaèdres dans les deux branches. Répétons trois fois l'expérience : en opérant sur la branche du tube qui a toujours contenu des octaèdres, nous trouvons $2^m 20^s$, $2^m 20^s$, $2^m 13^s$, tandis que nous observons dans l'autre branche $7^m 22^s$, $2^m 40^s$, $2^m 20^s$. On voit ainsi que le soufre, qui a été prismatique antérieurement, donne bien moins rapidement des octaèdres que s'il n'avait pas cessé d'être octaédrique, et il faut plusieurs fusions et solidifications successives en octaèdres pour le ramener à l'état stable dont nous avons constaté l'existence. Cet effet est encore plus prononcé si le soufre subit plusieurs solidifications en prismes avant d'être ramené à la forme octaédrique. Les prismes jouent donc, par rapport aux octaèdres, un rôle inverse de celui que jouent ces derniers vis-à-vis des prismes dont la production est beaucoup plus rapide dans un liquide provenant de la fusion des octaèdres.

» 3° Au lieu de prendre comme point de départ pour la production des octaèdres le soufre qui n'a pas encore été fondu, si l'on se sert de soufre ayant éprouvé un certain nombre de fusions et solidifications successives ou ayant été longtemps laissé à la température ordinaire, on trouve une valeur constante pour durée de la solidification. Avec du soufre chauffé 5^m à $129°,5$ et solidifié 8^m après immersion dans un bain à $100°,1$, j'ai trouvé que, pour un allongement de $0^m,01$, la durée était $2^m 36^s$. Deux jours après, dans le même tube et toutes choses égales d'ailleurs, elle était $2^m 34^s$. Deux jours plus tard, la température du bain de surfusion étant $100°,5$, sept opérations successives ont donné $2^m 30^s$, $2^m 30^s$, $2^m 24^s$, $2^m 32^s$, $2^m 29^s$, $2^m 30^s$. On arrive donc ainsi, par la solidification en octaèdres, à un état invariable que l'on n'obtient pas par la cristallisation en prismes.

» Ces différences que présentent les deux formes cristallines sont d'autant plus remarquables qu'elles se manifestent à des températures où la figure d'équilibre stable du soufre est la forme prismatique (comme je le démontrerai ultérieurement), tandis que la forme octaédrique est instable.

» Nous avons vu que le soufre octaédrique arrive rapidement à un état stable, tandis qu'il faut plusieurs jours pour que le soufre prismatique présente une stabilité analogue; ce fait s'interprète facilement si l'on remarque que le soufre prismatique se dévitrifie dans cet intervalle de temps lorsqu'il est abandonné à la température ordinaire, pour se transformer en éléments octaédriques.

» Ces divers résultats des expériences sur la solidification du soufre, soit prismatique, soit octaédrique, sont bien plus complexes que ceux que j'ai publiés sur le phosphore, dont la durée de solidification est indépendante de la température à laquelle on a chauffé, du temps pendant lequel on a maintenu le corps à cette température et de la durée du séjour dans le bain de surfusion, bien qu'aux températures élevées le phosphore éprouve une transformation très sensible en phosphore rouge. Cette constance de la durée de la solidification tient sans doute à ce que le phosphore rouge est insoluble dans le phosphore ordinaire fondu et se comporte comme un corps inerte. Dans le cas du soufre il n'en est plus ainsi : le corps éprouve, sous l'influence de la chaleur, des modifications allotropiques qui restent unies au soufre non transformé ; l'expérience prouve que ce liquide n'est plus identique au soufre que l'on a liquéfié aux plus basses températures. L'étude de la durée d'allongement des cristaux met en relief les changements survenus dans le liquide mixte et en particulier ceux que l'on détermine en chauffant le soufre vers 170°, température à laquelle se produit, selon les expériences de M. Berthelot, la quantité maxima de soufre insoluble dans le sulfure de carbone. »

CHIMIE. — *Seconde Note sur le sélénite chromique. Préparation du bisélénite;* par M. Ch. Taquet. (Extrait.)

L'auteur a obtenu un bisélénite de chrome, par l'action ménagée de l'acide azotique sur le sélénite neutre.

« Le bisélénite se présente sous forme de lamelles irrégulières, plus petites et d'un vert plus foncé que celles du sélénite de fer correspondant.

» Il est insoluble ou très peu soluble dans l'eau, soluble dans les acides; il est décomposable par la chaleur, d'abord en sélénite neutre et acide sélénieux, puis en sesquioxyde de chrome et acide sélénieux. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action du brome sur la pilocarpine.* Note de M. Chastaing, présentée par M. Chatin.

« Lorsqu'à de la pilocarpine $C^{22}H^{16}Az^2O^4$, en solution chloroformique, on ajoute du brome, la liqueur s'échauffe et l'on constate immédiatement qu'un liquide huileux très dense se rassemble sous le chloroforme. Le mélange devient acide. Le chloroforme reste coloré par l'excès de brome et retient en solution une petite quantité d'un produit bromé qui se sépare

cristallisé, au bout de quelques jours, sur les parois de l'appareil où l'on a déterminé la réaction.

» En évaporant le chloroforme séparé du liquide dense et des cristaux, on obtient un certain nombre de nouveaux cristaux semblables aux premiers. L'évaporation doit être conduite lentement et terminée en présence de la chaux qui absorbe les vapeurs acides.

» Quant à la partie huileuse séparée primitivement, elle laisse, par évaporation rapide, un résidu d'aspect résineux d'une belle teinte jaune d'or foncé. Ce produit, repris par une très grande quantité de chloroforme, y cristallise par évaporation lente. En un mot, le produit formé est unique et complètement cristallisable. Les cristaux sont constitués par une masse de petits prismes microscopiques.

» L'analyse élémentaire leur assigne la formule brute

$$C^{22}H^{15}Az^{2}O^{4}Br^{5},$$

formule que, d'après l'ensemble des propriétés, il faut écrire

$$C^{22}H^{14}Br^{2}Az^{2}O^{4}, HBr, Br^{2},$$

le corps formé étant du bibromure de bromhydrate de pilocarpine bibromée.

» Au contact d'un métal, le cuivre par exemple, ce bibromure de bromhydrate cède une partie de son brome pour donner un bromure métallique; traité par l'oxyde d'argent, en présence d'eau et de chloroforme, il abandonne $3^{éq}$ de brome, et le chloroforme dissout la base bromée

$$C^{22}H^{14}Br^{2}Az^{2}O^{4}.$$

» Cette base présente l'aspect de la pilocarpine, mais est encore moins liquide; elle bleuit le tournesol, mais moins énergiquement que la pilocarpine. Elle précipite par le chlorure de platine.

» Le bibromure de bromhydrate de pilocarpine bibromée est inodore; exposé à l'air, il attire l'humidité et devient odorant; on perçoit alors une odeur d'éther bromhydrique. Ce corps s'altère donc sous l'influence de l'air, et le produit d'altération qui en résulte est plus pauvre en carbone que le composé primitif.

» L'action du brome sur la pilocarpine *en présence d'un peu d'eau* n'a pas donné de bibromure de bromhydrate de pilocarpine bibromée, mais le bibromure de bromhydrate d'une base faible, qui diffère de la pilocarpine par $2^{éq}$ de carbone en moins.

» Le carbone est, dans ce cas, éliminé à l'état de gaz carbonique, et le sel formé doit être représenté par la formule

$$C^{20}H^{14}Br^2Az^2O^4, HBr, Br^2. »$$

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les émétiques des acides mucique et saccharique.* Note de M. D. **Klein**, présentée par M. Wurtz.

M. Jungfleisch ([1]) a démontré que les émétiques de l'acide tartrique ne doivent pas être considérés comme des sels doubles, que ce sont les sels alcalins d'éthers acides de l'acide tartrique, envisagé comme alcool tétratomique. En partant de cette idée, nous avons pensé à préparer les émétiques des acides-alcools les plus voisins de l'acide tartrique, et nous avons pu préparer un certain nombre d'émétiques des acides mucique et saccharique. Nous avions signalé l'existence des émétiques de l'acide mucique dans une Note antérieure ([2]).

» *Mucate sodico-antimonieux.* — Quand on porte à l'ébullition une solution de bimucate de sodium et qu'on y projette, par portions, de l'acide antimonieux, celui-ci se dissout. Si l'on filtre et qu'on évapore la solution, il se dépose un sel amorphe un peu gélatineux, peu soluble à froid, soluble à chaud, qu'on peut purifier en le redissolvant dans l'eau chaude et le laissant se déposer par refroidissement.

» Ce sel amorphe, recueilli sur un filtre et desséché à 100°, forme une masse poreuse, blanche, de composition analogue à celle de l'émétique ordinaire. L'émétique est un tartrate double de potassium et d'acide antimonieux, ou plutôt, suivant la théorie de M. Jungfleisch, un tartro-antimonite de potassium. Le sel que nous avons préparé est un muco-antimonite de sodium

$$C^4H^4(OH)^3(SbO)(CO,ONa)(CO,OH).$$

	Calculé.	Trouvé. I.	Trouvé. II.
C	19,51	19,79	18,82
H	2,19	2,52	2,58
Na^2O	8,54	9,02	9,63
Sb^2O^3	39,53	40,02	40,73

» L'échantillon (I) avait subi trois purifications, (II) une seule. La con-

([1]) *Journal de Pharmacie*, t. XXVI, p. 209.

([2]) *Comptes rendus*, t. XCVI, p. 1802.

cordance est aussi complète que le permet la difficile purification d'un composé amorphe.

» Cet émétique se comporte à peu près comme l'émétique ordinaire, en présence d'une élévation de température.

» Maintenu à 150°, il perd 1^{mol} d'eau de constitution.

	Calculé pour 1^{mol}.	Trouvé.
Perte en H^2O	2,43	2,34

» A 185°, il perd 1^{mol},5.

	Calculé pour 1^{mol},5.	Trouvé.
Perte totale en H^2O à 185°.....	3,64	3,51

» Le sel redissous dans l'eau chaude reproduit le sel primitif.

» Au-dessus de 185°, le sel brunit et se décompose.

» *Mucate de potassium et d'acide antimonieux ou muco-antimonite de potassium.* — Se prépare comme le sel de sodium et présente absolument le même aspect. Sa composition, après dessiccation à 100°, est représentée par une formule identique

$$C^4H^4(OH)^3(SbO)(CO,OK)(CO,OH).$$

» *Observations.* — Une solution de bimucate d'ammonium dissout aussi l'acide antimonique.

» Quand on chauffe la solution doucement vers 50°, on obtient par refroidissement un sel pulvérulent; si au contraire on fait bouillir, le liquide se prend par concentration et refroidissement en une sorte de gelée, tout à fait semblable à une gelée de *colle forte*.

» La solution obtenue par l'ébullition filtre lentement et présente tous les caractères des colloïdes.

» Par l'ébullition avec l'acide antimonique, une solution de bimucate de potassium ou de sodium donne un liquide semblable au précédent, qui se prend en gelée par concentration et par refroidissement.

» Si, à une solution de mucate neutre d'ammonium, on ajoute du chlorure ferrique par excès, il se produit un précipité qui se redissout dans un excès d'ammoniaque. On obtient ainsi un liquide présentant la coloration des sels de fer au maximum : ce liquide se prend spontanément en gelée au bout de plusieurs jours. D'après M. Jungfleisch, il y aurait alors *saponification* de l'éther formé.

» Nous avons vérifié que les émétiques formés ne présentent pas un

pouvoir rotatoire appréciable, circonstance qui n'est nullement imprévue, l'acide mucique et ses sels étant dépourvus de pouvoir rotatoire.

» Une solution bouillante d'acide borique dissout beaucoup plus d'acide mucique que l'eau pure dans les mêmes conditions; il ne se forme aucune combinaison, comme pour l'acide tartrique, et la solution ne présente aucun pouvoir rotatoire ([1]).

» *Émétiques de l'acide saccharique.* — Les saccharates acides dissolvent les acides antimonieux et antimonique.

» Le saccharate de potassium paraît former des émétiques incristallisables avec ces deux acides.

» Nous continuons cette étude et espérons bientôt pouvoir communiquer de nouveaux résultats. »

BOTANIQUE FOSSILE. — *Troisième Note pour servir à l'histoire de la formation de la houille. Genre* Arthropitus *Gœppert;* par M. **B. Renault**, présentée par M. P. Duchartre.

« Les plantes qui constituent le genre *Arthropitus* sont arborescentes, à tige et rameaux articulés. Les articulations des tiges sont plus rapprochées que dans le genre *Calamodendron* et varient de $0^{m},01$ (*A. approximata*) à $0^{m},15$ (*A. Gigas*). Les rameaux, les feuilles, les racines sont disposés en verticilles. Les rameaux partent d'articulations isolées, non en séries successives et rapprochées comme dans le genre *Calamodendron;* toutefois, l'articulation non ramifère qui suit celle qui porte les rameaux est placée à une distance moins grande; les articulations reprennent ensuite leur allure habituelle jusqu'à une nouvelle émission de rameaux.

» Les coins ligneux ne sont pas entourés d'une gaine de cellules allongées, prosenchymateuses comme dans le genre *Calamodendron*, mais simplement séparés par une lame de tissu fondamental secondaire, très marquée dans les *A. bistriata, A. communis,* mais beaucoup moins apparente dans les *A. lineata*, *gallica*, *medullata,* etc., etc.

» Les trachéides qui constituent l'élément vasculaire du bois sont rayées, réticulées ou ponctuées, suivant les espèces; les rayons médullaires qui séparent les trachéides sont toujours formés de cellules plus hautes que larges.

([1]) Nous rappellerons que, dans le cas de l'acide tartrique, on observe de remarquables modifications du pouvoir rotatoire, dues probablement à la formation de composés non isolables, modifications qui ont été étudiées par Biot.

» Le moulage formé par les argiles, les grès, lors du remplissage de la moelle presque toujours volumineuse, présente des cannelures longitudinales superficielles, plus profondes, plus accusées que dans le genre *Calamodendron*. Ce résultat est la conséquence de leur constitution anatomique; les reliefs des cannelures correspondent aux lames de tissu fondamental, qui s'engagent plus ou moins entre les coins de bois et les sillons à l'extrémité interne de ces derniers.

» Le liber ne possède que des éléments mous; l'écorce est généralement cellulaire, excepté dans l'*A. bistriata*, où l'on trouve à la périphérie des bandes parallèles hypodermiques.

» Les racines adventives possèdent un faisceau central bipolaire en forme de lame *orientée* dans le plan de l'axe de la tige.

» Je ne puis passer ici en revue toutes les espèces d'*Arthropitus* que j'ai retrouvées à l'état de houille; je ne citerai que les suivantes :

» *Arthropitus bistriata*. — Cette espèce est caractérisée par la présence, entre les coins de bois, de lames de tissu fondamental secondaire bien distinctes, s'étendant d'une articulation à l'autre et du centre à la périphérie. Les trachéides du cylindre ligneux sont rayées, et les cellules des rayons médullaires trois à cinq fois plus hautes que larges. Quand l'écorce a été conservée, ce qui est rare, elle présente à la périphérie des bandes parallèles de tissu hypodermique.

» Dans une lentille de houille qui m'a été envoyée par M. Fayol j'ai reconnu un fragment d'*Arthropitus bistriata*, offrant non seulement tous les caractères précédents, mais encore, en plus des bandes hypodermiques périphériques, un épiderme superficiel bien conservé, que les échantillons silicifiés eux-mêmes n'avaient pas montré jusqu'ici.

» Il est intéressant de comparer les dimensions des éléments organiques conservés par la silice et celles des mêmes éléments *houillifiés*, pris dans des espèces semblables.

» A l'état silicifié, les dimensions des trachéides sont, sur une coupe transversale, d'environ $0^{mm},045$ dans le sens du rayon et de $0^{mm},04$ dans le sens tangentiel; la distance des raies sur les parois des trachéides est de $0^{mm},0085$.

» Les cellules des rayons médullaires ont, en moyenne, une hauteur de $0^{mm},14$, une largeur de $0^{mm},045$ et une épaisseur de $0^{mm},03$.

» A l'état houillifié, la plus grande largeur des trachéides est de $0^{mm},025$ et leur épaisseur de $0^{mm},012$. On sait que les trachéides houillifiées ont leurs parois en contact et que le vide intérieur a disparu sous la double influence de la diminution de volume des parois et de la compression extérieure.

» La distance des raies est de $0^{mm},004$ à $0^{mm},005$.

» Les cellules des rayons médullaires présentent, en moyenne, les dimensions suivantes : hauteur, $0^{mm},06$; largeur, $0^{mm},025$; épaisseur, $0^{mm},01$.

» D'après ces données, la diminution de volume que les éléments organiques (formés primitivement de cellulose ou d'un isomère) ont subie en se changeant en houille est de $\frac{11}{12}$ du volume primitif.

» L'*Arthropitus Gigas*, remarquable par sa taille et la quantité de houille qu'il a laissée, a fourni les résultats suivants :

» Les trachéides silicifiées mesurent dans le sens radial $0^{mm},053$, dans le sens tangentiel $0^{mm},04$. La distance des *ponctuations* est de $0^{mm},014$.

» Les trachéides houillifiées prises dans la même espèce offrent les dimensions correspondantes : $0^{mm},008$, $0^{mm},026$; la distance des *ponctuations* est de $0^{mm},008$. La contraction des éléments est donc de $\frac{16}{17}$ environ du volume primitif dans l'*A. Gigas*.

» Cette contraction de la matière organique est due, pensons-nous, à une transformation extrêmement lente, opérée dans des conditions spéciales et indiquée encore aujourd'hui dans les houillères par le dégagement de produits, tels que l'acide carbonique, l'hydrogène protocarboné, etc., transformation dont il nous est possible de suivre les phases diverses, et qui fait passer la substance charbonneuse par des états de plus en plus fixes.

» Le retrait de la matière organique et son degré de conservation reconnaissable varient suivant les espèces de végétaux, la nature des tissus houillifiés et le degré de houillification plus ou moins avancé dans lequel se trouvent les échantillons soumis à l'étude. »

GÉOLOGIE. — *Sur la reproduction de la schistosité et du longrain.* Note de M. **Ed. Jannettaz**, présentée par M. Daubrée.

« Je crois inutile de redire les nombreuses expériences qui ont montré comment l'argile acquiert de la schistosité sous l'action de la pression et du laminage; M. Daubrée les a condensées dans son Ouvrage intitulé : *Etudes synthétiques sur la Géologie expérimentale*. Je rappellerai seulement que beaucoup d'ardoises se clivent suivant une première direction plane en feuillets minces et tenaces, ce qui est le caractère de leur structure schisteuse, et qu'elles ont en outre une seconde direction plane de séparation facile, inclinée sur la première d'un angle variant de 60° à 90°, utilisée par les ouvriers pour le débit de ces matières en plaquettes propres à couvrir les toits et appelée *longrain* ou *fil*.

» Je rappellerai encore la relation que j'ai observée entre les axes de l'ellipsoïde isothermique et les directions de fissilité dans les roches schisteuses ([1]). L'axe de plus facile propagation de la chaleur est parallèle à l'intersection des deux plans du longrain et de la schistosité; le plus petit axe de l'ellipsoïde, parallèle à la direction de propagation la moins facile de la chaleur, est perpendiculaire au plan du longrain.

» Dans une Note précédente, j'ai montré que les roches schisteuses d'une même région soumises à l'action de la même cause modifiante offraient sur une section perpendiculaire au plan de la schistosité des courbes plus ou moins déprimées suivant leur composition minéralogique ([2]). Dans un même massif, près du village de la Paute, sur la route de Grenoble à Bourg-d'Oisans, les bancs calcaires ne paraissent pas offrir des variations de conductibilité calorifique, tandis que sur un plan perpendiculaire à leur schistosité les bancs purement argileux donnent des ellipses dont le grand axe est deux fois plus grand que le petit. J'ai montré, dans la même Note, comment le longrain reste souvent ignoré dans les roches, à cause du peu d'intérêt qu'on a eu à le chercher, mais comment les courbes isothermiques peuvent en déceler la trace sur le plan de schistosité, puisqu'elles alignent toujours leurs grands axes parallèlement à sa direction.

» J'ai pensé depuis qu'il serait intéressant de comparer le degré de l'ellipticité des courbes isothermiques aux pressions plus ou moins élevées qui peuvent déterminer dans l'argile ces variations de son pouvoir conducteur pour la chaleur ([3]).

» J'ai d'abord placé un cube d'argile humide, de $0^{m},1$ de côté, dans une sorte de boîte parallélépipédique en fer à parois très résistantes, ayant environ $0^{m},30$ de hauteur, $0^{m},20$ de largeur et $0^{m},12$ de profondeur. Une des parois verticales mobile pouvait être poussée vers le fond de la boîte, qui en réalité n'avait que cinq faces, la supérieure ayant été enlevée de façon à laisser la boîte ouverte dans le haut. Le bloc d'argile diminuait d'épaisseur à mesure que la paroi mobile se rapprochait de la face oppo-

---

([1]) *Comptes rendus*, t. LXXIV, p. 940, 1082, 1501; t. LXXVIII (27 avril 1874) et t. LXXXI, 20 décembre 1874. — *Bulletin de la Société géologique de France*, 3e série, t. I, p. 117; t. II, p. 264; t. III, p. 499; t. V, t. IX, etc.

([2]) *Comptes rendus*, année 1882.

([3]) Grâce à l'obligeance de M. Lebasteur, ingénieur chef du service des essais mécaniques à la Compagnie du chemin de fer Paris-Lyon-Méditerranée, et à la collaboration de M. Neel, directeur des essais, j'ai pu obtenir des pressions de 6000^{kgr} à 8000^{kgr} par centimètre carré.

sée; mais il s'étendait en largeur et en hauteur; il finissait par s'extravaser en forme de plaque de $0^m,01$ environ d'épaisseur. Les résultats de cette pression exercée sur plusieurs blocs ont été : 1° *développement de la schistosité,* comme le montre l'ellipse isothermique obtenue sur une section perpendiculaire à la plaque; le grand axe de l'ellipse est parallèle et le petit axe perpendiculaire aux faces comprimées de cette plaque; 2° *développement du longrain;* sur les faces de la plaque on produit comme courbe isothermique une ellipse dont le grand axe est parallèle à la direction que suit l'argile, lorsque la pression la force à sortir de la boîte par la paroi restée ouverte, et qu'on peut appeler la *direction d'extravasation ou d'écoulement.*

» En résumé, schistosité perpendiculaire à la pression, longrain parallèle à la direction d'écoulement, celle de la hauteur de la boîte. La pression sur chaque centimètre carré variant de 30^{kg} à 60^{kg}, le grand axe de l'ellipse obtenue sur le plan de schistosité a varié de 1,06 à 1,12. C'était surtout dans la partie poussée hors de la boîte que l'excentricité était la plus forte. Sur le plan même de la schistosité, parallèle aux deux faces de la plaque, perpendiculaire à la direction de la pression, l'ellipse avait un grand axe variant de 1,03 (parties inférieures) à 1,1 (parties supérieures de la boîte), en prenant le petit axe pour unité.

» Telle a été la première série de mes expériences. J'ai cherché ensuite à reproduire des masses analogues aux marnes de Bourg-d'Oisans, dont j'ai parlé au commencement de cette Note. J'ai comprimé dans des cylindres en acier hermétiquement clos, mais fermés à un bout par un piston mobile, des mélanges de calcaire et d'argile finement pulvérisés. La pression ici, à cause du petit diamètre intérieur des cylindres ($0^m,015$), a pu être poussée jusqu'à 8000^{atm}.

Parties d'argile.	Parties de calcaire.	Grand axe.
5	0	1,25
4	1	1,17
3	2	1,09
2	3	1,02
Calcaire pur		1,00

» Je me suis demandé enfin comment varierait l'excentricité de l'ellipse dans de l'argile soumise à différentes pressions. De l'argile pure, sèche, finement pulvérisée, a donné pour grands axes des ellipses : 1,034 à 2000^{atm}, 1,18 à 4000^{atm}, 1,25 à 8000^{atm}.

» J'ai comprimé la même matière dans des cylindres à diamètre plus considérable. Pour un diamètre de $0^m,06$, le grand axe était déjà de 1,17 à

3500^{atm}; il y a sans doute une réaction de la paroi latérale, mais c'est une question que je n'ai pas encore complètement élucidée.

» J'ai répété plusieurs de ces expériences sur le graphite, la stéatite ou poudre à gants, les métaux pulvérisés. La stéatite porphyrisée a formé après la compression une masse assez solide pour être taillée en plaques perpendiculairement à la surface sur laquelle avait agi le piston; elle ressemble à un schiste talqueux. Pour une pression de 4000^{atm}, le grand axe était trois fois plus grand que le petit. Du graphite pulvérisé m'a donné, dans les mêmes conditions, le rapport 2,7; à 8000^{atm}, l'ellipse était presque réduite à son grand axe. Le cuivre comprimé à l'état de poudre impalpable, telle que l'emploient les peintres, a fourni le rapport 3,5; le cuivre en limaille, 1,5; la limaille de laiton, 1,9; le zinc pulvérisé, 1,43 à 6000^{atm}; le grand axe était toujours perpendiculaire à la direction de la pression, parallèle à la schistosité.

» Les métaux comprimés à l'état de masses ne deviennent pas rapidement schisteux; il a fallu exercer une pression de 1500^{atm} sur de l'étain pour obtenir le rapport 1,07. »

GÉOLOGIE. — *Expérience relative au mode de formation de la bauxite et du gypse.* Note de M. **Stan. Meunier.**

« J'ai dit précédemment comment le chlorure d'aluminium ou le perchlorure de fer, agissant à froid sur le marbre blanc, donnent lieu à des imitations de la bauxite et du fer en grains. En remplaçant le chlorure d'aluminium par le sulfate d'alumine, on arrive à des résultats tout différents.

» Après plusieurs mois de contact, il s'est formé sur le marbre un enduit blanc mamelonné, accompagné d'un dégagement très paresseux d'acide carbonique. L'analyse montre dans cette sorte de croûte la présence de l'alumine, de la chaux, de l'acide sulfurique et de l'eau, mais il est facile de reconnaître qu'elle n'a pas une composition définie et résulte du mélange de plusieurs substances.

» Au microscope, on remarque d'abord une matière amorphe, soluble à froid dans une lessive étendue de potasse : il est probable qu'elle contient de l'hydrate d'alumine, mais sa solution a toujours donné la réaction de l'acide sulfurique comme si elle contenait un sous-sulfate.

» Avec cette matière amorphe, se montrent d'innombrables petits cristaux aciculaires, très actifs sur la lumière polarisée. Leur forme, leurs propriétés optiques y font, comme les essais chimiques, reconnaître du gypse,

ayant exactement la même allure que les petits cristaux de la pierre à plâtre saccharoïde des environs de Paris. Leur grosseur moyenne est d'environ $\frac{1}{100}$ de millimètre ; ils sont six ou sept fois aussi longs.

» Enfin, on est frappé de la présence, au milieu des aiguilles gypseuses, de grains limpides et éclatants, relativement volumineux. Certains d'entre eux, qui atteignent $\frac{1}{10}$ de millimètre, sont sensiblement sphériques ou ellipsoïdaux ; on constate qu'ils renferment un grand nombre d'aiguilles de gypse, englobées dans leur intérieur, et que la lumière polarisée rend encore plus visibles à cause de leur activité. Des boules de ce genre sont accolées entre elles par des sortes de goulots, qui leur donnent un aspect très bizarre. Parmi ces corps singuliers, il en est dont le pourtour, au lieu d'être courbe, devient polygonal, et l'on ne tarde pas à découvrir avec eux de véritables cristaux. Ceux-ci sont d'une netteté, d'une régularité et parfois d'une complication merveilleuses. Tous dérivent de l'octaèdre régulier et donnent l'idée de diamants microscopiques. Les octaèdres simples sont rares; on voit beaucoup de cubo-octaèdres; la modification dite *triforme* s'est rencontrée plusieurs fois, et j'ai noté un cristal à cinquante faces qui en est une complication : c'est un octaèdre dont les faces *p* sont représentées par huit hexagones, dont les arêtes *b* sont modifiées par trois facettes et dont les angles *a* sont remplacés par des troncatures consistant en polygones de seize côtés.

» Malgré la longue durée de l'expérience, les cristaux ainsi préparés étaient fort peu abondants et je n'ai pu en faire une analyse quantitative. Ils sont immédiatement solubles dans l'eau bouillante, et plus lentement dans l'eau froide : l'alcool ne les altère pas sensiblement et je me suis servi de ce véhicule dans les observations microscopiques. Des essais y ont montré clairement la présence de l'acide sulfurique, de l'alumine et de la chaux : peut-être pourrait-on les regarder comme une sorte d'alun, dont la formule reste à déterminer, et qui cristallise dans des formes analogues à celles des aluns proprement dits.

» Si l'expérience dont je viens de parler ne paraît pas de nature à éclairer le mode de formation des bauxites, on peut remarquer qu'elle ouvre un aperçu relativement au gypse. La présence simultanée de sulfate d'alumine (webstérite) et de gypse dans certains gisements, tels que l'argile plastique parisienne, paraît lui donner une certaine signification.

» Je saisirai l'occasion de cette Note pour annoncer que, en revisant d'anciennes collections du Muséum, j'ai constaté que des échantillons rapportés jadis par Cordier et qui sont catalogués comme *porphyre argileux décom-*

posé consistent réellement en bauxite. Ils proviennent du lieu dit Le Rougeas, à 2^{km} au nord de Cazouls-lès-Béziers, près de Narbonne (Aude). Ils appartiennent à quatre types différents, les uns blancs et tendres, d'autres compacts et rosés, d'autres ocreux avec des taches noires; d'autres enfin, oolithiques et rouges à la manière du fer en grains. J'ai soumis séparément ces roches à des essais chimiques : toutes ont montré la prépondérance de l'hydrate d'alumine. »

MINÉRALOGIE. — *Sur les schistes amphiboliques à glaucophane de l'île de Groix.* Note de M. **Barrois**, présentée par M. Fouqué.

« L'île de Groix est formée essentiellement de micaschistes alternant avec des chloritoschistes, mais, en différents points de l'île, se trouvent des couches interstratifiées remarquables par la variété et la multiplicité des minéraux qu'on y rencontre. Dans ces couches dominent deux variétés d'amphibole distinctes de la hornblende des amphibolites du continent voisin. Elles contiennent, en outre, en plus ou moins grande quantité, de l'épidote, du rutile, du grenat, du sphène, du fer oxydulé, de la chlorite, de la calcite.

» La principale variété d'amphibole est la glaucophane en cristaux bleuâtres, polychroïques, allongés suivant l'arête $h^1 g^1$.

» Les faces du prisme sont très prédominantes. Le rutile est la seule inclusion qu'on y remarque avec certitude.

» L'amphibole verte est également très polychroïque, mais dans d'autres tons.

» L'épidote, très abondante, possède les formes et les propriétés optiques habituelles à ce minéral. Il est à remarquer cependant qu'elle ne paraît épigéniser aucune autre substance, et qu'elle ne présente pas le groupement en éventail habituel à l'espèce.

» Le grenat est fendillé comme s'il avait subi de puissantes actions mécaniques, et l'on peut suivre dans la roche la voie qu'il a suivie en se mouvant, après sa consolidation, au milieu des autres éléments encore plastiques.

» Les veinules de glaucophane sont coupées par celles d'épidote, et celles-ci par des veinules de quartz. L'ordre de consolidation peut être indiqué comme il suit :

» 1° Rutile, sphène, fer oxydulé, grenat;

» 2° Glaucophane, épidote, mica blanc, quartz;

» 3° Chlorite, amphibole verte. »

MINÉRALOGIE. — *Roche à anorthite de Saint-Clément, canton de Saint-Anthème (Puy-de-Dôme).* Note de M. F. **Gonnard**, présentée par M. Fouqué.

« J'ai signalé, dans le *Bulletin de la Société minéralogique de France* (n° 1, février 1883), l'existence, au sein des formations cristallines du sud-est du plateau central, d'une roche fort intéressante, découverte en 1875 dans le Morbihan (baie de Roguédas) par M. le comte de Limur. C'est parmi des échantillons provenant du village de Saint-Clément, canton de Saint-Anthême, dans le Puy-de-Dôme, d'une part, et des environs de Saint-Félicien, dans le nord de l'Ardèche, d'autre part, que j'ai eu presque simultanément occasion de reconnaître les similaires de la roche bretonne.

» Pour me borner, quant à présent, à celle du Forez, je dois dire d'abord qu'elle avait été observée par un minéralogiste auvergnat, mort il y a quelques années, M. l'abbé Vasson, qui en avait recueilli un certain nombre de blocs. Ceux-ci, désignés sous le nom de *roche à trémolite et à épidote* par M. Vasson, dont la collection appartient maintenant au grand séminaire de Montferrand, étaient accompagnés de la note suivante : « Gisement au levant de Saint-Clément, à 1^{km} du clocher, ou à cinq mi- » nutes dans un petit chemin qui conduit dans les bois. »

» Muni de cette indication, j'ai pu retrouver le gisement, bien que très limité, à cause de la culture. Il consiste, en effet, en un filon de $0^m,40$ à $0^m,50$ de puissance, qui affleure dans un petit ravin de 2^m à 3^m de large, et le coupe un peu obliquement. On y accède immédiatement après être sorti de Saint-Clément; le filon est à 200^m à peine du pont, voisin de l'église.

» L'étude pétrographique de Roguédas a été faite par M. C. Whitman Cross (*Studien über bretonische Gesteine*, 1880). Bien que lui ressemblant beaucoup, la roche de Saint-Clément m'a présenté diverses particularités qui m'ont paru mériter une mention spéciale et détaillée. La plus importante est relative à l'élément feldspathique.

» Dans une Note insérée au *Bulletin de la Société archéologique de Nantes*, M. Damour avait indiqué que la roche de Roguédas est à base d'anorthite. M. C. Whitman Cross semble n'avoir pas eu connaissance de ce travail et se borne à désigner le feldspath, qui est à l'état granulaire, sous la dénomination générale de *plagioclase*. A Saint-Clément, j'ai été assez heureux

pour trouver dans la roche, dont le faciès est d'ailleurs très variable sur un petit espace (1^m à peine), des veines où le feldspath s'est développé en cristaux assez volumineux (quelques-uns dépassent $0^m,03$ de largeur); mais ils sont empâtés dans un agrégat de wollastonite et de pyroxène et se pénètrent mutuellement. A l'affleurement, la wollastonite est altérée, friable et souillée de limonite, due au pyroxène dont le fer s'est suroxydé. L'anorthite présente des surfaces rugueuses, hérissées de fragments de wollastonite, blanchâtres et recouvertes de petites mouches dendritiques; toutefois, l'altération du feldspath est peu avancée (elle n'atteint pas $0^m,001$ d'épaisseur); mais les mesures goniométriques sont impossibles. Le noyau est sain, translucide et présente une cassure laminaire éclatante et nacrée, deux clivages donnant un angle de 94° environ; dureté 6, fusibilité difficile; densité prise sur des fragments bien triés et d'égale grosseur, 2,744. Ce minéral se dissout complètement dans l'acide chlorhydrique concentré, avec séparation de silice pulvérulente, et la liqueur donne les réactions de l'alumine, de l'oxyde de fer et de la chaux. Je n'ai pas recherché la magnésie, non plus que les alcalis. Je me réserve d'ailleurs de revenir sur cette étude dès que j'aurai pu me procurer de meilleurs échantillons.

» Dans l'agrégat granulaire de pyroxène et d'anorthite, j'ai remarqué que le feldspath a assez fréquemment une teinte rose chair analogue à celle des beaux échantillons du même minéral de Pesmeda, étudié par le professeur Vom Rath (*Der Monzoni, in Sudöstlichen Tirol*, 1875).

» En dehors de l'anorthite, qui paraît l'élément le plus important de la roche de Saint-Clément, il y a encore quelques remarques à faire, touchant les autres minéraux qui la constituent, et qui n'ont pas, à beaucoup près, la même importance, sauf le pyroxène.

» On peut regarder cette roche comme normalement composée d'anorthite et de pyroxène vert, plus ou moins foncé, et, par suite, la placer à la suite des eukrites. Le pyroxène semble parfois y jouer le rôle du mica dans les gneiss et, par l'interposition régulière de ses grains dans la masse, lui donne une apparence schisteuse. Le quartz, qui, dans la roche de Roguédas, est placé sur le même rang que l'anorthite et le pyroxène, m'a paru avoir, dans celle de Saint-Clément, beaucoup moins d'importance. J'en ai trouvé toutefois, dans les veines à gros cristaux d'anorthite, des masses en rapport de grosseur avec ce dernier minéral, et formant avec lui une sorte de pegmatite plagioclasique. Mais un élément particulièrement abondant à Saint-Clément est la wollastonite en longues fibres soyeuses, parfois

presque incolores, le plus souvent blanche, englobant les grains verts de pyroxène, quelques rares cristaux de sphène brun rougeâtre, et, en outre, non plus, comme à Roguédas, de rares baguettes d'égérane, mais de très brillants et très nets petits cristaux, transparents ou translucides, de vésuvienne brune. La wollastonite forme également de petites veines, de $0^{m},002$ à $0^{m},003$ d'épaisseur, et à peu près pures. Un dernier minéral intéressant de cette belle association est la hornblende en masses fibreuses vert foncé, en baguettes cristallines noires et en cristaux courts. Ce minéral, dans les veines à anorthite, s'isole en nids comme le mica dans les pegmatites.

» En terminant ce résumé succinct de l'étude macroscopique de la roche de Saint-Clément, je dois dire que, tandis que celle de Roguédas appartient aux roches cristallines schisteuses du Morbihan, celle-ci est enclavée dans le granite que Gruner considère comme typique dans le Forez, (quartz gris, orthose blanc opaque et mica brun ou noir), et qui, aux environs de Saint-Anthême, passe au granite à gros grains par la diminution de son mica et la prédominance de son orthose, en masses souvent volumineuses ».

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Chute de poussières cosmiques.* Note de M. E. YUNG, présentée par M. de Lacaze-Duthiers. (Extrait.)

« J'ai eu l'honneur de signaler à l'Académie, il y a quelques années [1], la présence constante, mais en quantité variable, du fer dans les sédiments atmosphériques, pluie et neige. Ce fer constitue, au milieu de la variété infinie de poussières organiques partout répandues, un élément sur lequel différents observateurs, MM. Nordenskiöld et G. Tissandier surtout, ont appelé l'attention....

» Depuis trois semaines environ, j'avais constaté, dans les produits de lavages de l'air que j'effectue dans la cour de mon laboratoire, en vue de l'étude des microbes, la présence de globules de fer en nombre exceptionnellement grand.

» Le mercredi 5 décembre, nous avons eu à Genève une assez forte chute de neige. J'en ai fait recueillir sur le clocher de la cathédrale de Saint-Pierre, ainsi qu'au sommet du mont Salève, au lieu dit *les Treize-Arbres*. Cette neige, une fois fondue, fut distribuée dans une série de longs vases cylindriques, où

---

[1] *Comptes rendus*, t. LXXXIII, p. 242.

elle reposa pendant douze heures. Le fond de chaque tube se couvrit d'un dépôt poussiéreux, dans lequel je retrouvai les susdits globules de fer. Il en fut de même encore dans les poussières recueillies sur un plateau de verre enduit de glycérine, exposé contre le vent sur la jetée de notre port.

» Il paraît donc être tombé pendant la seconde quinzaine de novembre et le commencement de décembre, à la surface de notre globe, une pluie exceptionnellement forte de poussières métalliques, d'origine céleste, qui peut-être a joué un rôle dans la production du magnifique phénomène que chacun a pu admirer à cette époque après le coucher du Soleil. La présence de particules solides, extrêmement petites, tombant des espaces inter-planétaires et se rencontrant jusque dans les couches les plus élevées de notre atmosphère (où les poussières terrestres, fumées, cendres, etc., doivent être bien rares) rendrait compte de la persistance des lueurs crépusculaires longtemps après la disparition du Soleil. J'ajoute qu'une pareille pluie n'a peut-être de remarquable que son abondance. Par sa date, elle coïncide avec la période de fin novembre, qui est caractérisée chaque année par une plus grande quantité d'étoiles filantes. Les globules de fer seraient le produit de la rupture de plus gros météorites, des étoiles filantes microscopiques. »

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur la coïncidence des phénomènes lumineux crépusculaires avec le passage des essaims cosmiques.* Note de M. **Chapel.** (Extrait.)

« Des colorations crépusculaires, analogues à celles des derniers jours de novembre, mais moins intenses, avaient été observées à Paris, au coucher du Soleil, les 10 et 11 décembre 1882, c'est-à-dire au moment où la Terre a rencontré la première chaîne cosmique de novembre, celle des Léonides (1).

» Je trouve dans une correspondance d'Espagne (2) que des manifestations de même nature ont marqué la période cosmique d'octobre (3) et qu'elles ont été caractérisées par une intensité extraordinaire....

» Avant le lever du Soleil, on observait quelque chose d'analogue. Ce phénomène paraît d'ailleurs avoir été aperçu de points du globe très éloignés les uns des autres, car on rapporte de Batavia (4) que, dans la soirée

(1) (11-13 novembre). Voir *Annuaire du Bureau des Longitudes.*

(2) Rapportée par le *Bulletin de la Société scientifique d'Argentan.*

(3) (19-25 octobre). Voir *Annuaire du Bureau des Longitudes.*

(4) *Het Vaterland* du 4 décembre 1883.

du samedi 20 octobre, plusieurs personnes ont vu le ciel briller d'une lueur de feu inaccoutumée dans la direction de l'ouest.

» Enfin je signalerai, comme rentrant dans le même ordre de faits, l'extraordinaire rubescence du disque lunaire observée dans la soirée du 27 juillet dernier, alors que la Terre rencontrait l'orbite du grand essaim de juillet.

» Pour expliquer ces singulières apparences, celles des derniers jours de novembre en particulier, plusieurs physiciens ont admis la présence anormale, dans les régions élevées de l'atmosphère, de poussières très ténues, *volcaniques* suivant les uns, *aqueuses* suivant les autres. Si l'on tient compte des coïncidences que je viens de signaler, on sera peut-être conduit à rechercher s'il ne conviendrait pas mieux d'attribuer à ces poussières une origine *cosmique*. »

A 4 heures, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 6 heures. J. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 10 décembre 1883.

Les champignons comestibles et vénéneux de la région de Montpellier et des Cévennes aux points de vue économique et médical; par L. Planchon. Montpellier, imp. Hamelin frères, 1883; in-8°.

La géographie médicale; par le Dr A. Bordier. Paris, C. Reinwald, 1884; in-8° relié.

La genèse et le développement du globe terrestre et des êtres organiques qui l'habitent; par le Dr J. Weinberg. Varsovie, imp. Ch. Kowalewski, 1884; in-8°.

Flore forestière de la Cochinchine; par L. Pierre, VIe fasc., 1er novembre 1883. Paris, O. Doin, 1883; in-f°.

Construction de l'occipital et de l'appareil hyoïdien dans la série des Vertébrés; par M. Lavocat. Toulouse, imp. Douladoure-Privat, 1883; br. in-8°.

Sur la Note présentée à l'Académie des Sciences par M. le commandant Trève; par M. Bour. Lyon, imp. Storck, 1883; opuscule in-8°.

Mémoires de l'Académie des Sciences, Inscriptions et Belles-Lettres de Toulouse; huitième série, t. V, 1er semestre. Toulouse, imp. Douladoure-Privat, 1883; in-8°.

Bulletin de la Société impériale des naturalistes de Moscou; année 1882, n° 4; année 1883, n° 1. Moscou, A. Lang. 1883; 2 liv. in-8°.

Topographische en geologische beschrijving van een gedeelte van Sumatra's Westkust. Atlas. Amsterdam, C.-F. Stember, 1883; in-f°.

A new method of measuring heights by means of the barometer; by G.-K. Gilbert. Washington, government printing office, 1882; gr. in-8°.

Nuevo sistema planetario; por el prof. D.-A. Maria Morena. Barcelona, Ramirez y Ca, 1883; in-8°.

ERRATA.

(Séance du 12 novembre 1883.)

Page 1028, ligne 10, *au lieu de* ce plan, *lisez* son plan d'appui.
» ligne 12, *au lieu de* même orifice, *lisez* centre du même orifice.
Page 1029, ligne 22, *au lieu de* de la, *lisez* de la vitesse de la.
» dernière ligne, *au lieu de* Z, Z^2, *lisez* z, z^2.
» » *au lieu de* $\frac{3}{8}$, *lisez* $\frac{3}{2}$.

(Séance du 19 novembre 1883.)

Page 1106, formule (9), *au lieu de* $2m'+1$, *lisez* $2n'+1$.
Page 1110, ligne 11, *au lieu de* de celle (20), *lisez* de celle (17), d'où (20).
Page 1111, ligne entre les formules (26) et (27), *au lieu de* $z^2a\sqrt{3}$, *lisez* $za^2\sqrt{3}$.
» formule (27), *au lieu de* $\sqrt{2}\sqrt{3}$, *lisez* $\sqrt{2\sqrt{3}}$.